



# fisica tecnica ambientale politecnico di torino

Fisica Tecnica Ambientale  
Politecnico di Torino (POLITO)  
116 pag.

Prova gratis!



docsity AI

**Genera mappe concettuali,  
riassunti e altro con l'AI**

 [Clicca qui](#)

# **Corso di Fisica Tecnica Ambientale**

## **03AXZPM**

**2016-17**

*Raccolta esercizi integrativi*

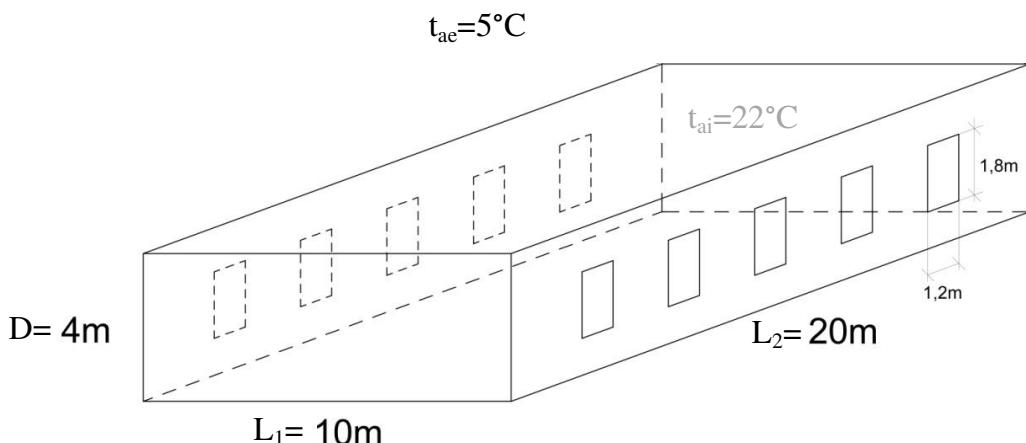
*1° periodo didattico*

*Prof. V. Serra*

### TRASMISSIONE DEL CALORE

#### Esercizio 1 – Conduzione termica

Si consideri una casa che ha una base di 10 m x 20 m e pareti alte 4 m. Tutte e quattro le pareti della casa hanno una resistenza termica specifica di 2,31 m<sup>2</sup>°C/W. Le due pareti di 10 m x 4 m sono prive di finestre. La terza parte ha cinque finestre fatte di vetro singolo ( $U_{w,singolo} = 5,2 \text{ W/m}^2\text{K}$ ), ciascuna delle quali misura 1,2 m x 1,8 m. La quarta parete ha le stesse dimensioni e lo stesso numero di finestre, ma queste sono a doppio vetro ( $U_{w,doppio} = 2,5 \text{ W/m}^2\text{K}$ ). Il termostato della casa è regolato a 22°C e la temperatura media dell'ambiente esterno in quella località è 5°C durante la stagione di riscaldamento della durata di 7 mesi. Trascurando ogni scambio termico per irraggiamento attraverso le finestre e supponendo che i coefficienti di scambio termico sulla superficie interna della casa e sulla sua superficie esterna siano 7 W/m<sup>2</sup>°C e 15 W/m<sup>2</sup>°C, rispettivamente, si determini la potenza termica media trasmessa attraverso ciascuna parete.



#### Svolgimento

$$L_1 = 10 \text{ m} , \quad L_2 = 20 \text{ m} , \quad D = 4 \text{ m}$$

$$R_{\text{specifica, parete}} = 2,31 \text{ m}^2\text{°C/W}$$

$$t_{ai} = 22^\circ\text{C}$$

$$t_{ae} = 5^\circ\text{C}$$

$$h_i = 7 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

$$h_e = 15 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

$$A_{\text{finestra}} = 1,2m \cdot 1,8m = 2,16m^2$$

n.finestre = 10 dui cui :

$$n.5 \rightarrow U_{w,singolo} = 5,2 \text{ W/mK}$$

$$n.5 \rightarrow U_{w,doppio} = 2,5 \text{ W/mK}$$

Pareti 1-2: 10x4 m (senza finestre)

$$U_{op} = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + R_{op} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{7} + 2,31 + \frac{1}{15}} = 0,397 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = U_{op} \cdot A_{op} \cdot (t_{ai} - t_{ae}) = 0,397 \cdot (10 \cdot 4) \cdot (22 - 5) = 270 \text{ W}$$

Parete 3: 20x4 m (con 5 finestre con vetro semplice)

$$\dot{Q}_{3,op} = U_{op} \cdot A_{op} \cdot (t_{ai} - t_{ae}) = 0,397 \cdot (20 \cdot 4 - 5 \cdot 2,16) \cdot (22 - 5) = 467 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_{3,w} = U_{w,\sin\ golo} \cdot A_w \cdot (t_{ai} - t_{ae}) = 5,2 \cdot (20 \cdot 4 - 5 \cdot 2,16) \cdot (22 - 5) = 6117 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_3 = \dot{Q}_{3,op} + \dot{Q}_{3,w} = 467 + 6117 = 6584 \text{ W} = 6,6 \text{ kW}$$

Parete 4: 20x4 m (con 5 finestre con vetro doppio)

$$\dot{Q}_{4,op} = U_{op} \cdot A_{op} \cdot (t_{ai} - t_{ae}) = 0,397 \cdot (20 \cdot 4 - 5 \cdot 2,16) \cdot (22 - 5) = 467 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_{4,w} = U_{w,doppio} \cdot A_w \cdot (t_{ai} - t_{ae}) = 2,5 \cdot (20 \cdot 4 - 5 \cdot 2,16) \cdot (22 - 5) = 2941 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_3 = \dot{Q}_{4,op} + \dot{Q}_{4,w} = 467 + 2941 = 3408 \text{ W} = 3,4 \text{ kW}$$

### Esercizio 2 – Convezione termica (Y.A. Cengel cap 12, 12.8)

Una sottile piastra metallica è isolata da un lato ed esposta alla radiazione solare dall'altro. La superficie esposta della piastra è caratterizzata da un coefficiente di assorbimento della radiazione solare pari a 0,7. Se la radiazione solare incidente sulla piastra è di  $550 \text{ W/m}^2$  e la temperatura dell'aria circostante vale  $10^\circ\text{C}$ , determinare la temperatura superficiale della piastra quando il flusso termico ceduto per convezione uguaglia la potenza termica solare assorbita dalla piastra. Si assuma il coefficiente convettivo pari a  $25 \text{ W/m}^2\text{°C}$  e si trascuri la potenza termica ceduta per irraggiamento.

#### Svolgimento

$$\alpha = 0,7$$

$$\dot{Q}_{solare} = 550 \text{ W/m}^2$$

$$t_{ae} = 10^\circ\text{C}$$

$$h_c = 25 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

$$\dot{Q}_{conv} = \dot{Q}_{solareassorbita} = \alpha \cdot \dot{Q}_{solare} = 0,7 \cdot 550 = 385 \text{ W/m}^2$$

$$\dot{Q}_{conv} = A \cdot h_c \cdot (t_s - t_{ae}) \rightarrow t_s = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{1}{h_c} + t_{ae}$$

$$t_s = \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{1}{h_c} + t_{ae} \rightarrow t_s = 385 \cdot \frac{1}{25} + 10 = 25,4^\circ\text{C}$$

**Esercizio 3 – Irraggiamento termico** (Y.A. Cengel cap 12, esempio 12.5 pag.482)

Si consideri una persona in piedi in un ambiente che viene mantenuto alla temperatura costante di 22°C. Le superfici interne di muri, pavimento e soffitto delle casa sono invece a una temperatura media pari a 10°C in inverno e 25°C d'estate. Si determini la quantità di calore scambiata per irraggiamento tra la persona e l'ambiente circostante considerando come area e temperatura della superficie esposta del corpo 1,4 m<sup>2</sup> e 30°C rispettivamente. (Fattore di vista  $F_{12} = 1$ ; emissività  $\varepsilon = 0,95$ ).

**Svolgimento**

$$A = 1,4 \text{ m}^2$$

$$t_{corpo} = 30^\circ\text{C} \rightarrow 273,15 + 30 = 303,15\text{K}$$

$$t_{s,inverno} = 10^\circ\text{C} \rightarrow 273,15 + 10 = 283,15\text{K}$$

$$t_{s,estate} = 25^\circ\text{C} \rightarrow 273,15 + 25 = 298,15\text{K}$$

$$F_{12} = 1$$

$$F_\varepsilon = \varepsilon = 0,95$$

$$\dot{Q}_{irr,inverno} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_c^4 - T_{s,inv}^4) = 1,4 \cdot 0,95 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (303,15^4 - 283,15^4) = 152\text{W}$$

$$\dot{Q}_{irr,estate} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_c^4 - T_{s,est}^4) = 1,4 \cdot 0,95 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (303,15^4 - 298,15^4) = 41\text{W}$$

E' un'esperienza comune a tutti provare una sensazione di "freddo" d'inverno e "caldo" d'estate nella propria casa, nonostante la temperatura del termostato sia sempre sullo stesso valore. Questo fenomeno è dovuto al cosiddetto "effetto radiativo" che deriva dallo scambio termico per irraggiamento tra il nostro corpo e le superfici dell'ambiente circostante e cioè i muri e il soffitto.

**Esercizio 4 – Convezione e irraggiamento** (Y.A. Cengel cap 12, esempio 12.6 pag.484)

Si consideri una persona in piedi in un ambiente fresco alla temperatura di 20°C. Si determini il calore totale trasmesso dalla persona verso l'ambiente sapendo che la superficie esposta e la temperatura del corpo sono 1,6m<sup>2</sup> e 29°C rispettivamente e che il coefficiente di scambio termico convettivo è 6 W/m<sup>2</sup>K. (Si consideri emissività  $\varepsilon = 0,95$ ).

**Svolgimento**

$$t_{ai} = 20^\circ\text{C} \rightarrow 273,15 + 20 = 293,15\text{K}$$

$$A = 1,6 \text{ m}^2$$

$$t_{corpo} = 29^\circ\text{C} \rightarrow 273,15 + 29 = 302,15\text{K}$$

$$h_c = 6 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\varepsilon = 0,95$$

$$\dot{Q}_{irr} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_c^4 - T_{ai}^4) = 1,6 \cdot 0,95 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (302,15^4 - 293,15^4) = 81,8 \text{W}$$

$$\dot{Q}_{conv} = A \cdot h_c \cdot (t_c - t_{ai}) = 1,6 \cdot 6 \cdot (29 - 20) = 86,4 \text{W}$$

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_{irr} + \dot{Q}_{conv} = 81,8 + 86,4 = 168,2 \text{W}$$

**Esercizio 5 – Convezione termica** (Y.A. Cengel cap 12, 12.3A)

Calcolare il flusso termico scambiato per convezione in una giornata ventosa da una parete di  $20 \text{ m}^2$ , la cui superficie esterna si trova a  $10^\circ\text{C}$  ed è lambita da aria a  $5^\circ\text{C}$ , sapendo che il coefficiente di scambio termico convettivo vale  $25 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$ .

**Svolgimento**

$$A = 20 \text{ m}^2$$

$$t_{se} = 10^\circ\text{C}$$

$$t_{ae} = 5^\circ\text{C}$$

$$h_c = 25 \text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_{conv} = A \cdot h_c \cdot (t_{se} - t_{ae}) = 20 \cdot 25 \cdot (10 - 5) = 2500 \text{ W}$$

**Esercizio 6 – Irraggiamento termico** (Y.A. Cengel cap 18, 18.17)

Si consideri una persona la cui superficie esposta ha un'area di  $1,7 \text{ m}^2$ , un'emissività pari a 0,7 e una temperatura di  $32^\circ\text{C}$ . Si determini la potenza termica ceduta per irraggiamento da questa persona in una grande stanza le cui pareti sono a una temperatura di:

- a) 300K
- b) 280K

**Svolgimento**

$$A = 1,7 \text{ m}^2$$

$$\varepsilon = 0,7$$

$$t_{corpo} = 32^\circ\text{C} \rightarrow 273,15 + 32 = 305,15 \text{ K}$$

$$t_{si,1} = 300 \text{ K}$$

$$t_{si,2} = 280 \text{ K}$$

Il flusso ceduto per irraggiamento dalla persona all'ambiente si calcola come:

$$\dot{Q}_{irr} = A \cdot \varepsilon \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot (T_c^4 - T_{amb}^4)$$

In generale si può dire che in un ambiente le temperature delle superfici e quella dell'aria siano prossime (a meno della presenza di impianti che rendano una superficie particolarmente calda o particolarmente fredda, come ad esempio il riscaldamento a pavimento) quindi:

$$T_{amb} \approx T_{si} \rightarrow \text{vale la formula: } \dot{Q}_{irr} = A \cdot \varepsilon \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot (T_c^4 - T_{si}^4)$$

Il fattore di vista tra la persona e le pareti  $F_{12}$  è pari a 1 (tutta la radiazione emessa dalla persona arriva alle pareti).

- a)  $\dot{Q}_{irr,1} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_c^4 - T_{si,1}^4) = 1,7 \cdot 0,7 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (305,15^4 - 300^4) = 38,5 \text{ W}$
- b)  $\dot{Q}_{irr,2} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_c^4 - T_{si,2}^4) = 1,7 \cdot 0,7 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (305,15^4 - 280^4) = 170,3 \text{ W}$

**Esercizio 7 – Irraggiamento e conduzione** (Y.A. Cengel cap 12, esempio 12.7, pag 486)

Si consideri lo scambio termico stazionario tra due ampi piani paralleli a temperature costanti  $T_1=300$  K e  $T_2=200$  K posti a distanza uno dall'altro di  $s=1$  cm. Assumendo che le superfici siano nere (emissività pari a 1), si determini la potenza termica trasmessa tra i piani per una superficie di area unitaria, ipotizzando che lo spazio tra i piani sia:

- a) riempito di aria atmosferica in quiete ( $\lambda = 0,026$  W/mK)
- b) vuoto
- c) riempito di materiale isolante tipo uretano ( $\lambda = 0,035$  W/mK)
- d) riempito di un superisolante ( $\lambda = 0,003$  W/mK)

$$t_1 = 300K \quad t_2 = 200K$$

$$\varepsilon = 1 \text{ (corponero)}$$

$$s = 1\text{cm} = 0,01\text{m}$$

**Svolgimento**

a)

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_{conv} + \dot{Q}_{irr}$$

$$\dot{Q}_{cond} = A \cdot \frac{\lambda}{s} \cdot (t_1 - t_2) = 1 \cdot \frac{0,026}{0,01} \cdot (300 - 200) = 260 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_{irr} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (t_1^4 - t_2^4) = 1 \cdot 1 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (300^4 - 200^4) = 368,55 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_{cond} + \dot{Q}_{irr} = 260 + 368,55 = 628,55 \text{ W}$$

b)

Nel vuoto l'unico tipo di scambio di calore possibile è quello per irraggiamento.

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_{irr} = A \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot (t_1^4 - t_2^4) = 1 \cdot 1 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (300^4 - 200^4) = 368,55 \text{ W}$$

c)

Un materiale opaco come è l'isolante, posizionato tra due piani, ostacola lo scambio termico radiativo ma, come in qualsiasi solido, c'è uno scambio termico per conduzione.

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_{cond} = A \cdot \frac{\lambda}{s} \cdot (t_1 - t_2) = 1 \cdot \frac{0,035}{0,01} \cdot (300 - 200) = 350 \text{ W}$$

d)

Un materiale opaco come è l'isolante, posizionato tra due piani, ostacola lo scambio termico radiativo ma, come in qualsiasi solido, c'è uno scambio termico per conduzione.

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_{cond} = A \cdot \frac{\lambda}{s} \cdot (T_1 - T_2) = 1 \cdot \frac{0,003}{0,01} \cdot (300 - 200) = 30 \text{ W}$$

**Esercizio 8 - Trasmissione del calore** (Esame del 09/02/2011)

L'ambiente interno, a temperatura pari a 18°C, è separato da quello esterno, a temperatura pari a -10°C, da una parete di 35 m<sup>2</sup>. Quest'ultima è attraversata da un flusso termico di 550 W. Sapendo che la temperatura superficiale esterna della parete è pari a -9,3°C e che il coefficiente di scambio termico liminare interno è pari a 10 W/(m<sup>2</sup>K), calcolare:

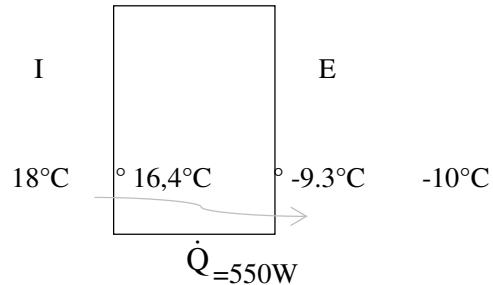
- a) il coefficiente di scambio termico liminare esterno;
- b) la temperatura superficiale interna della parete;

- c) la trasmittanza termica della parete;
- d) la conduttanza termica della parete;
- e) la resistenza termica che dovrebbe avere la parete per dimezzare il flusso termico.

**Svolgimento**

$$\begin{aligned} t_i &= 18^\circ\text{C} \\ t_e &= -10^\circ\text{C} \\ A &= 35 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= 550 \text{ W} \\ t_{se} &= -9,3^\circ\text{C} \\ h_i &= 10 \text{ W/m}^2\text{K} \end{aligned}$$



a)  $h_e = ?$

$$550 = 35 \cdot h_e (-9,3+10)$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= A \cdot h_e (t_{se} - t_e) \\ h_e &= 550 / (35 \cdot 0,7) = 22,4 \text{ W/m}^2\text{K} \end{aligned}$$

b)  $t_{si} = ?$

$$550 = 35 \cdot h_i (t_i - t_{si})$$

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= A \cdot h_i (t_i - t_{si}) \\ t_{si} &= 550 / 35 = 16,4^\circ\text{C} \end{aligned}$$

c)  $U = ?$

$$U = 550 / 980 = 0,56 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

$$\dot{Q} = A \cdot U \cdot (t_i - t_e) \quad 550 = 35 \cdot U (18 + 10)$$

d)  $C = ?$

$$C = 550 / 899,5 = 0,61 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

$$\dot{Q} = A \cdot C (t_{si} - t_{se}) \quad 550 = 35 \cdot C (16,4 + 9,3)$$

e)  $R' = ? \rightarrow \dot{Q}_{/2}$

$$U' = 275 / 980 = 0,28 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

$$\dot{Q}_{/2} = A \cdot U' (t_i - t_e) \quad 275 = 35 \cdot U' (18 + 10)$$

$$R' = 1/U' = 1/0,28 = 3,56 \text{ (m}^2\text{K)/W}$$

OPPURE: Se si usa la conduttanza non considerando strati liminari bisogna ricalcolare  $t_{pe}$  e  $t_{pi}$

$$t_{si} = 17,2^\circ\text{C} \quad t_{se} = -9,7^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_{/2} = A \cdot C' (t_{si} - t_{se}) \quad 275 = 35 \cdot C' (17,2 + 9,7)$$

$$C' = 275 / 941,5 = 0,29 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

$$R' = 1/C' = 1/0,29 = 3,42 \text{ (m}^2\text{K)/W}$$

**Esercizio 9 - Trasmissione del calore**

Un progetto di una nuova casa unifamiliare dovrebbe rispettare i nuovi limiti di legge che fissano la trasmittanza termica massima ammissibile per componenti opachi verticali a 0,30 W/m<sup>2</sup>K (zona termica E). Per la stratigrafia della parete vi sono alcuni vincoli da rispettare tra cui:

- utilizzo di un termoblocco da 24 cm con condutività termica di 0,35 W/mK
- 1 cm di intonaco interno di calce di gesso con conduttività termica 0,7 W/mK

Corso di Fisica Tecnica Ambientale 2016-17 \_ Prof. V. Serra  
*Trasmissione del calore + Macchine termiche - Esercizi integrativi 21/11/2016*

- 1 cm di intonaco esterno di malta con conduttività termica 0,9 W/mK

Si ha a disposizione come materiale isolante:

- polistirene espanso estruso (XPS) con conduttività termica 0,032 W/mK

Considerando i coefficienti liminari interno ed esterno pari a 8 e 24 W/m<sup>2</sup>K, si calcoli:

- lo spessore di isolante necessario per rispettare il limite di legge.
- l'aumento percentuale dello spessore di isolante per rispettare il requisito del secondo livello di trasmittanza termica per componenti opachi verticali della regione Piemonte pari a 0,26 W/m<sup>2</sup>K.
- la temperatura superficiale della parete interna con il valore di trasmittanza limite e incentivato ipotizzando che all'esterno ci siano -8°C e all'interno 20°C.

### **Svolgimento**

$$U_{legge} = 0,30 \text{ W / m}^2\text{K} \quad R_{legge} = \frac{1}{U_{legge}} = \frac{1}{0,30} = 3,33 \text{ (m}^2\text{K) / W}$$

$$R_1 = \sum_{i=1}^n \frac{s_j}{\lambda_j} + \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_e} = \frac{0,24}{0,35} + \frac{0,01}{0,7} + \frac{0,01}{0,9} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24} = 0,88 \text{ (m}^2\text{K) / W}$$

$$\Delta R = R_{legge} - R_1 = 3,33 - 0,88 = 2,45 \text{ (m}^2\text{K) / W}$$

$$R = \frac{s}{\lambda} \rightarrow 2,45 = \frac{s}{0,032} \quad s_{XPS} = 0,0784m = 7,8cm \approx 8cm$$

$$U_{xps, legge} = \frac{1}{0,88 + \frac{0,08}{0,032}} = 0,296 \text{ W / (m}^2\text{K)}$$

$$R_{incentivata} = \frac{1}{U_{incentivata}} = \frac{1}{0,26} = 3,85 \text{ (m}^2\text{K) / W}$$

$$\Delta R = R_{incentivata} - R_1 = 3,85 - 0,88 = 2,97 \text{ (m}^2\text{K) / W}$$

$$R = \frac{s}{\lambda} \rightarrow 2,97 = \frac{s}{0,032} \quad s_{xps} = 0,095m = 9,5cm \approx 10cm$$

$$U_{xps, inc} = \frac{1}{0,88 + \frac{0,1}{0,032}} = 0,25W / (m}^2\text{K)$$

$$\Delta s_{XPS} = 1 - \frac{s1}{s2} = 1 - \frac{8}{10} = 0,2 \rightarrow aumento \ del \ 20\%$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = U \cdot (ti - te)$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} legge = 0,30 \cdot (20 + 8) = 8,4 \text{ W / m}^2$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} incentivato = 0,26 \cdot (20 + 8) = 7,28 \approx 7,3W / m}^2$$

$$t_{si} = t_{ai} - U \cdot (t_i - t_e) R_{si}$$

$$t_{si, legge} = 20 - 8,4 \cdot \frac{1}{8} = 18,95^\circ C$$

$$t_{si, incentivato} = 20 - 7,3 \cdot \frac{1}{8} = 19,09^\circ C$$

**Esercizio 10**

Una parete di  $10,5 \text{ m}^2$ , caratterizzata da una conduttanza di  $3 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , separa un ambiente alla temperatura di  $20^\circ\text{C}$  dall'ambiente esterno a  $0^\circ\text{C}$ . Nella parete opposta del locale è posizionato un corpo scaldante sospeso di dimensioni  $1,2 \times 0,8 \times 0,10 \text{ m}$ , la cui temperatura superficiale media è di  $60^\circ\text{C}$ . La faccia del corpo scaldante vista dalla parete in esame ha dimensioni  $1,2 \times 0,8 \text{ m}$  ed il fattore geometrico di vista tra il corpo scaldante e la parete,  $F_{12}$ , vale 0,186. Si calcolino:

- il flusso termico che attraversa la parete. Si assumano i coefficienti di scambio termico limitare interno ed esterno rispettivamente pari a 8 e  $25 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ ;
- il flusso termico scambiato per irraggiamento tra il corpo scaldante e la parete, assumendo per il corpo scaldante un'emissività di 0,95 e per la parete un'emissività di 0,9;
- il coefficiente di scambio termico radiativo tra il corpo scaldante e la parete;
- il flusso termico scambiato per convezione tra il corpo scaldante e l'ambiente, ipotizzando che il coefficiente di scambio termico convettivo tra il corpo scaldante e l'aria sia dato dalla relazione  $h_c = 1,5 \cdot \Delta T^{0,5}$ .

	<b>Grandezza</b>	<b>Valore</b>	<b>Unità di misura</b>
a)	Flusso termico che attraversa la parete	-420	W
b)	Flusso termico scambiato per irraggiamento	58	W
c)	Coefficiente di scambio termico radiativo	1,34	$\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$
d)	Flusso termico scambiato per convezione	880,7	W

**Svolgimento**

$$\text{a) } U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{C} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{25}} = 2,0 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$$

$$\dot{Q} = UA(t_e - t_i) = 2 \cdot 10,5 \cdot (-20) = -420 \text{ W}$$

$$\text{b) } \dot{Q} = h_i A(t_{si} - t_i) \rightarrow t_{si} = t_i + \frac{\dot{Q}}{Ah_i} = 20 - \frac{420}{10,4 \cdot 8} = 14,95^\circ\text{C}$$

$$T_{si} = 14,95 + 273,15 = 288,10 \text{ K} \quad T_{cs} = 60 + 273,15 = 333,15 \text{ K}$$

$$A_{cs} = 1,2 \cdot 0,8 = 0,96 \text{ m}^2$$

$$F_\varepsilon = \frac{1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{A_{cs}}{A_p} \cdot \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}} = \frac{1}{\frac{1-0,95}{0,95} + \frac{1}{0,186} + \frac{0,96}{10,5} \cdot \frac{1-0,9}{0,9}} = 0,184$$

$$\dot{Q}_{irr} = \sigma F_\varepsilon A_{cs} (T_{cs}^4 - T_{si}^4) = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 0,184 \cdot 0,96 \cdot (333,15^4 - 288,10^4) = 58,0 \text{ W}$$

$$\text{c) } \dot{Q}_{irr} = h_r A_{cs} (t_{cs} - t_{si}) \rightarrow h_r = \frac{\dot{Q}_{irr}}{A_{cs} (t_{cs} - t_{si})} = \frac{58}{0,96(60 - 14,95)} = 1,34 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$$

$$\text{d) } h_c = 1,5 \cdot \Delta T^{0,5} = 1,5 \sqrt{t_{sc} - t_i} = 1,5 \sqrt{60 - 20} = 9,49 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$$

$$A_{cs,tot} = 2 \cdot (1,2 \cdot 0,10) + 2 \cdot 1,2 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,10 \cdot 0,8 = 2,32 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q}_c = h_c A_{cs,tot} (t_{cs} - t_i) = 9,49 \cdot 2,32 \cdot (60 - 20) = 880,7 \text{ W}$$

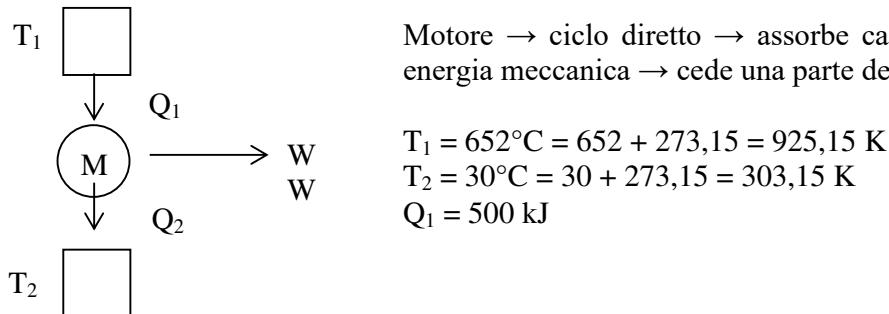
### MACCHINE TERMICHE

**Esercizio 11** (da Y. A. Cengel cap.7-esempio 7.5 pag. 258)

Un motore termico di Carnot riceve 500 kJ sotto forma di calore per ogni ciclo da una sorgente ad alta temperatura a 652°C e scarica verso un pozzo a 30°C. Si determinino:

- a) il rendimento termico di questo motore termico di Carnot;
- b) la quantità di calore scaricata per ogni ciclo verso il pozzo.

#### **Svolgimento**



- a) Il motore termico di Carnot è un motore reversibile e perciò il suo rendimento può essere determinato note solamente le temperature tra le quali lavora:

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{303,15}{925,15} = 0,672$$

- b) Si calcoli W (spesa) dalla formula inversa del rendimento:

$$\eta = \frac{W}{Q_1} \rightarrow W = \eta \cdot Q_1 = 0,672 \cdot 500 = 336 \text{ kJ}$$

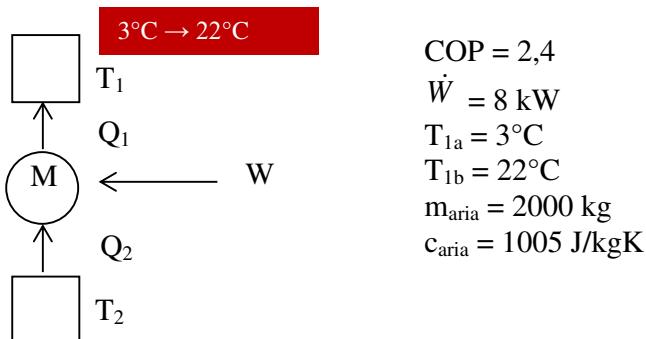
E' possibile ora calcolare la quantità di calore scaricata  $Q_2$  grazie al principio di conservazione dell'energia (I principi della termodinamica) facendo il seguente bilancio:

$$Q_1 - Q_2 = W \rightarrow Q_2 = Q_1 - W = 500 - 336 = 164 \text{ kJ}$$

**Esercizio 12** (da Y. A. Cengel cap.7, 7.18)

Una pompa di calore con COP pari a 2,4 è utilizzata per riscaldare una casa. Quando è in funzione, la pompa di calore assorbe 8 kW di potenza elettrica. Se, quando la pompa viene messa in funzione, la temperatura della casa è 3°C, si determini l'intervallo di tempo che occorre affinché la temperatura della casa salga a 22°C. Si supponga che la casa sia ben sigillata (cioè sia priva di fughe d'aria) e che l'intera massa all'interno della casa (aria, mobilio ecc.) equivalga a 2000 kg di aria. (Si consideri il calore specifico dell'aria pari a 1005 J/kgK).

**Svolgimento**



La quantità di calore da fornire all'ambiente per portare la sua temperatura da 3°C a 22°C è:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t = 1005 \cdot 2000 \cdot (22 - 3) = 38190 \text{ kJ}$$

La quantità di calore che la pompa fornisce istantaneamente si ottiene dalla formula inversa del rendimento COP come segue:

$$COP = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{W}} \rightarrow \dot{Q}_1 = \dot{W} \cdot COP = 8 \cdot 2,4 = 19,2 \text{ kW}$$

Dividendo il calore da fornire (Q) per la potenza con la quale la pompa lo fornisce ( $\dot{Q}_1$ ) si ottiene il tempo necessario affinché la temperatura dell'ambiente raggiunga i 22°C:

$$\tau = \frac{Q}{\dot{Q}_1} = \frac{38190}{19,2} = 1989,1 \text{ s} \approx 33 \text{ min}$$

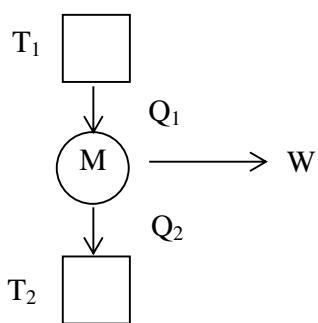
**Esercizio 13** (da Y. A. Cengel cap.7, 7.11)

Un motore termico di Carnot riceve 500 kJ di calore da una sorgente termica a temperatura incognita e ne cede 200 kJ a un pozzo termico a 17°C. Si determinino:

- a) la temperatura della sorgente;
- b) il rendimento termico del motore termico.

**Svolgimento**

$$\begin{aligned} Q_1 &= 500 \text{ kJ} \\ Q_2 &= 200 \text{ kJ} \\ T_2 &= 17^{\circ}\text{C} = 290,15 \text{ K} \end{aligned}$$



a)

Carnot ha dimostrato che il rapporto tra le  $Q$  (energia termica) è uguale al rapporto tra le temperature  $T$  tra le quali la macchina lavora. Dunque:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{t_1}{t_2} \rightarrow t_1 = \frac{Q_1}{Q_2} \cdot t_2 = \frac{500000}{200000} \cdot 290,15 = 725,375 K \approx 452^\circ C$$

nota: la relazione è valida solo per macchine reversibili.

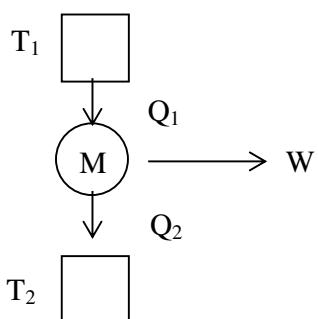
b)

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{t_2}{t_1} = 1 - \frac{290,15}{725,375} = 0,6 = 60\%$$

#### Esercizio 14 (da Y. A. Cengel cap.7, 7.3)

Un impianto motore a vapore che produce una potenza di 150 MW consuma carbone fossile a una portata massica di 60 t/h (tonnellate all'ora). Se il potere calorifico del carbone fossile è 30000 kJ/kg, si determini il rendimento termico di questo impianto motore.

#### Svolgimento



$$\dot{W} = 150 MW = 150000 kW = 150000 \frac{kJ}{s}$$

$$\dot{m} = 60 \frac{t}{h} = 60000 \frac{kg}{h}$$

$$PC_{carbone} = 30000 \frac{kJ}{kg}$$

La potenza termica assorbita, convertendo la portata massica da ore a secondi, è:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m} \cdot PC = (60000 \cdot 30000) \cdot \frac{1}{3600} = 500000 \frac{kJ}{s} = 500000 kW = 500 MW$$

Noti  $\dot{Q}_1$  e  $\dot{W}$ , che sono rispettivamente effetto utile e spesa, si calcoli il rendimento:

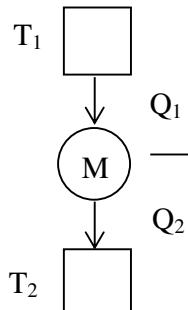
$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_1} = \frac{150}{500} = 0,3 = 30\%$$

**Esercizio 15** (da Y. A. Cengel cap.7, 7.12)

Un metodo innovativo di generazione di energia implica l'utilizzazione dell'energia geotermica come sorgente termica. Se si scopre un giacimento di acqua a 140°C in una località dove la temperatura ambiente è 20°C, si determini il rendimento termico massimo che può raggiungere un impianto motore geotermico costruito in quella località.

**Svolgimento**

Il rendimento massimo è quello che corrisponde alla macchina più efficiente cioè a quella che lavora secondo un ciclo reversibile. Si usi allora la formula relativa al motore reversibile di Carnot:



Motore → ciclo diretto → assorbe calore da una sorgente ad alta temperatura ( $T_1$ ) e ne cede una parte ad una a temperatura minore ( $T_2$ ) producendo un lavoro ( $W$ ).

$$T_1 = 140^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 20^\circ\text{C}$$

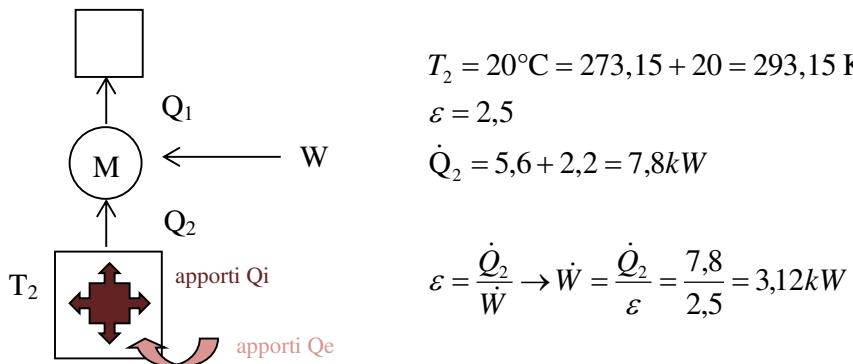
$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{20 + 273,15}{140 + 273,15} = 0,29 = 29\%$$

**Esercizio 16** (da Y. A. Cengel cap.7, 7.20)

Un impianto di condizionamento dell'aria è impiegato per mantenere una casa a una temperatura costante di 20°C. La casa riceve dall'esterno una potenza termica di 5,6 kW e la potenza termica generata nella casa dalle persone, dagli apparecchi di illuminazione e dagli elettrodomestici ammonta a 2,2 kW. Per un COP pari a 2,5, si determini la potenza che si deve fornire a questo impianto di condizionamento dell'aria.

**Svolgimento**

Questo problema rappresenta la tipica condizione estiva in cui gli apporti esterni e interni sono sfavorevoli e per mantenere il confort in ambiente l'impianto di condizionamento si comporta come un frigorifero. La quantità di calore che la pompa deve estrarre, per mantenere la temperatura costante, è pari a quella sfavorevole di apporti interni ed esterni ( $Q_i$ ,  $Q_e$ ).



$$T_2 = 20^\circ\text{C} = 273,15 + 20 = 293,15 \text{ K}$$

$$\varepsilon = 2,5$$

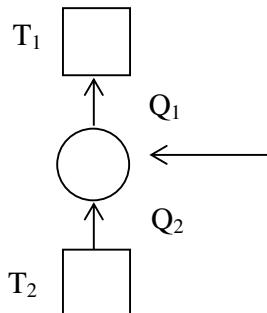
$$\dot{Q}_2 = 5,6 + 2,2 = 7,8 \text{ kW}$$

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_2}{\dot{W}} \rightarrow \dot{W} = \frac{\dot{Q}_2}{\varepsilon} = \frac{7,8}{2,5} = 3,12 \text{ kW}$$

**Esercizio 17** (da Y. A. Cengel cap.7-esempio 7.7 pag.262)

Si intende usare una pompa di calore durante l'inverno per riscaldare una casa. Se per mantenere la temperatura della casa a 21°C, con una temperatura esterna di -5°C, occorre fornire (alla casa) una potenza termica di 37,5 kW, si determini la minima potenza meccanica richiesta dalla pompa di calore per soddisfare questo fabbisogno di energia termica.

**Svolgimento**



$$T_1 = 21^\circ\text{C} = 21 + 273,15 = 294,15\text{K}$$

$$T_2 = -5^\circ\text{C} = -5 + 273,15 = 268,15\text{K}$$

$$\dot{Q}_1 = 37,5\text{kW}$$

La potenza minima da fornire è quella che corrisponde alla macchina più efficiente cioè a quella che lavora con cicli reversibili.

$$COP_{carnot} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{294,15}{294,15 - 268,15} = 11,3$$

Dalla formula inversa del rendimento (calcolato come il rapporto tra l'effetto utile e la spesa) si ha:

$$COP = \frac{\dot{Q}}{\dot{W}} \rightarrow \dot{W} = \frac{\dot{Q}}{COP} = \frac{37,5}{11,3} = 3,32\text{kW}$$

**Esercizio 18**

Una macchina termica evolve secondo un ciclo reversibile di Carnot. Per ciascun ciclo è ottenibile un lavoro di 40 kJ. Supponendo che il rendimento sia pari a 0,35 e che la temperatura della sorgente fredda sia di 40 °C, si determino:

- a) la temperatura della sorgente calda;
- b) le quantità di calore assorbito e ceduto.

Considerando invece una macchina termica reale che è caratterizzata da un rendimento pari all'80% di quello della macchina di Carnot, determinare:

- c) la temperatura della sorgente calda che permette di avere lo stesso rendimento (0,35), considerando lo stesso lavoro prodotto e la stessa temperatura della sorgente fredda.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Temperatura della sorgente calda della macchina ideale	481,77	K
b <sub>1</sub> )	Calore assorbito	114,29	kJ
b <sub>2</sub> )	Calore ceduto	74,29	kJ
c)	Temperatura della sorgente calda della macchina reale	556,71	K

### Svolgimento

- a) Il rendimento della macchina di Carnot è pari a:

$$\eta_C = 1 - (T_2/T_1)$$

dove  $T_1$  è la temperatura della sorgente calda,  $T_2$  è la temperatura della sorgente fredda

$$\rightarrow T_1 = T_2/(1-\eta_C) \quad \text{con } T_2 = 40+273,15 = 313,15 \text{ K}$$

$$T_1 = 313,15/(1-0,35) = \mathbf{481,77 \text{ K}} = 481,77 - 273,15 = 208,62 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

- b)  $\eta_C = L/Q_1$

dove  $Q_1$  è la quantità di calore assorbito,  $Q_2$  è la quantità di calore ceduto,  $L$  è il lavoro

$$\rightarrow Q_1 = L/\eta_C = 40 \text{ kJ} / 0,35 = \mathbf{114,29 \text{ kJ}}$$

$$\rightarrow Q_2 = Q_1 - L = 114,29 \text{ kJ} - 40 \text{ kJ} = \mathbf{74,29 \text{ kJ}}$$

- c)  $\eta = \eta_{2^\circ} \cdot \eta_{\max} \rightarrow \eta_{\max} = \eta / \eta_{2^\circ} = 0,35/0,8 = 0,4375$

$$T_1 = T_2/(1-\eta_C) = 313,15/(1-0,4375) = \mathbf{556,71 \text{ K}} = 283,56 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

**Esercizio 19** (*Esame del 09/02/2011*)

Una portata di aria incognita inizialmente a temperatura di 24°C e umidità relativa del 40%, viene raffreddata in un ventilconvettore fino alla sua temperatura di rugiada attraverso lo scambio termico con una portata d'acqua di 0,03 l/s che entra alla temperatura di 10°C ed esce a 16°C. Si calcolino:

- il titolo e l'entalpia specifica dell'aria prima dell'ingresso nel ventilconvettore;
- la temperatura, il titolo e l'entalpia specifica dell'aria in uscita dal ventilconvettore (Mollier);
- la potenza termica scambiata nel ventilconvettore;
- la portata in massa di aria raffreddata.

E' dato il valore del calore specifico dell'acqua pari a 4,186 kJ/(kg·K).

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a1)	Titolo iniziale	$7,4 \cdot 10^{-3}$	kg <sub>v</sub> / kg <sub>a</sub>
a2)	Entalpia specifica iniziale	42,84	kJ/ kg <sub>a</sub>
b1)	Temperatura finale	9,5	°C
b2)	Titolo finale	$7,4 \cdot 10^{-3}$	kg <sub>v</sub> / kg <sub>a</sub>
b3)	Entalpia specifica finale	28	kJ/ kg <sub>a</sub>
c)	Potenza termica scambiata	750	W
d)	Portata in massa di aria	0,0505	kg <sub>a</sub> /s

**Svolgimento**

a<sub>1</sub>)  $x_{ini} = ?$

$$x_{ini} = 0,622 \cdot \frac{\varphi_{ini} \cdot p_{vsat(24)}}{p - \varphi_{ini} \cdot p_{vsat(24)}} = 0,622 \cdot \frac{0,4 \cdot 2982}{101325 - 0,4 \cdot 2982} = 7,4 \cdot 10^{-3} \frac{kg_v}{kg_a}$$

a<sub>2</sub>)  $h_{ini} = ?$

$$h_{ini} = 1 \cdot t_{ini} + x_{ini} \cdot (2500 + 1,9 \cdot t_{ini}) = 1 \cdot 24 + 7,4 \cdot 10^{-3} \cdot (2500 + 1,9 \cdot 24) = 42,84 \frac{kJ}{kg_a}$$

b<sub>1</sub>) leggo su Mollier  
 $t_{uscita} = 9,5^\circ C$

b<sub>2</sub>)  $x_2 = 7,4 \cdot 10^{-3} \frac{kg_v}{kg_a}$

b<sub>3</sub>)  $h_2 = 28 \frac{kJ}{kg_a}$

c)  $\dot{Q} = \dot{m}_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot (t_u - t_{ing})$

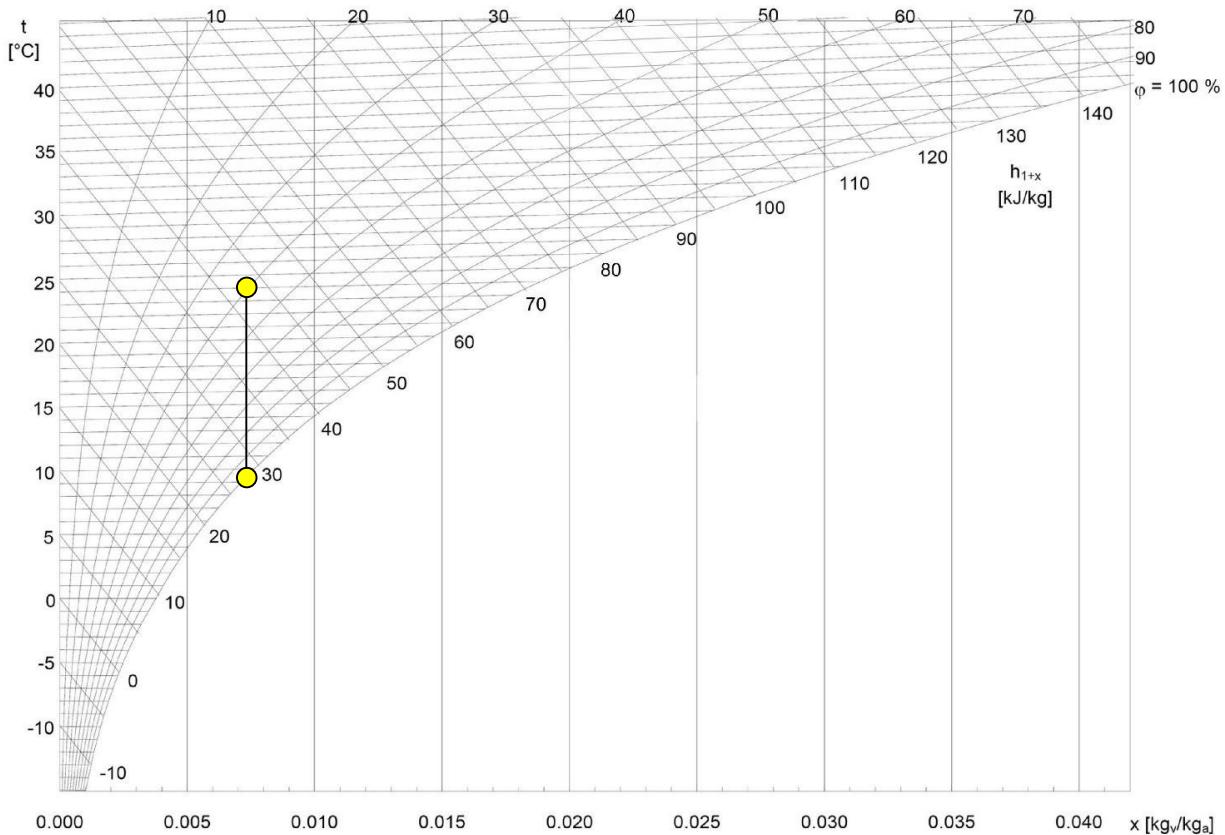
$$\dot{m}_{H_2O} = \dot{V} \cdot \rho = 0,03 \frac{m^3}{s} \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} = 0,03 \frac{kg}{s}$$

$$\dot{Q} = 0,03 \cdot 4,186 \cdot (16 - 10) = 0,75 kW = 750W$$

d)  $\dot{Q} = \dot{m}_{aria} \cdot (h_i - h_2) \quad 0,75 = \dot{m}_{aria} \cdot (42,84 - 28)$

$$\dot{m}_{aria} = \frac{0,75}{42,84 - 28} = 0,0505 \frac{kg_a}{s}$$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



### Esercizio 20 (Esame del 08/03/2011)

Prima di entrare in un'unità di trattamento aria, una portata di aria esterna di 3.500.000 l/h viene miscelata con una portata di 5.000 m<sup>3</sup>/h di aria di ricircolo. Le condizioni esterne sono  $t_e=10^\circ\text{C}$ ,  $UR_e=60\%$ , mentre le condizioni in ambiente sono  $t_a = 21^\circ\text{C}$  e  $UR_a = 45\%$ . La temperatura della portata d'aria in uscita dalla UTA è pari a  $24^\circ\text{C}$ , mentre l'umidità relativa è pari al 50%.

- Calcolare l'entalpia specifica, il titolo e la temperatura dell'aria prima del suo ingresso nella UTA.
- Calcolare la potenza termica complessiva scambiata nella UTA.
- Calcolare la portata di acqua di umidificazione.
- Tracciare qualitativamente, ma in modo chiaro e inequivocabile, sul diagramma psicrometrico di Mollier, le trasformazioni subite dall'aria nella UTA.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a1)	Entalpia specifica	31,7	kJ/kg <sub>a</sub>
a2)	Titolo	$6,1 \cdot 10^{-3}$	kg <sub>v</sub> /kg <sub>a</sub>
a3)	Temperatura	16,3	°C
b)	Potenza termica complessiva	48,21	kW
c)	Portata di acqua di umidificazione	$9,18 \cdot 10^{-3}$	kg/s

### Svolgimento

$$a_1) \quad \dot{m}_E = \dot{V}_E \cdot \rho = \frac{3500000 \cdot 0,001 m^3}{3600 s} \cdot 1,2 \frac{kg}{m^3} = 1,17 \frac{kg}{s}$$

$$\dot{m}_R = \dot{V}_R \cdot \rho = \frac{5000 m^3}{3600 s} \cdot 1,2 \frac{kg}{m^3} = 1,7 \frac{kg}{s}$$

Da Mollier:

$$\begin{array}{lll} t_E = 10^\circ C & UR_E = 60\% & h_E = 21 \frac{kJ}{kg_a} \quad x_E = 0,0048 \frac{kg_v}{kg_a} \\ t_R = 21^\circ C & UR_R = 45\% & h_R = 39 \frac{kJ}{kg_a} \quad x_R = 0,007 \frac{kg_v}{kg_a} \end{array}$$

$$h_M = \frac{\dot{m}_E \cdot h_E + \dot{m}_R \cdot h_R}{\dot{m}_E + \dot{m}_R} = \frac{1,17 \cdot 21 + 1,7 \cdot 39}{1,17 + 1,7} = 31,7 \frac{kJ}{kg_a}$$

$$a_2) \quad x_M = \frac{\dot{m}_E \cdot x_E + \dot{m}_R \cdot x_R}{\dot{m}_E + \dot{m}_R} = \frac{1,17 \cdot 0,0048 + 1,7 \cdot 0,007}{1,17 + 1,7} = 6,1 \cdot 10^{-3} \frac{kg_v}{kg_a}$$

$$a_3) \quad t_m = \frac{h_M - 2500 \cdot x_M}{1 + 1,9 \cdot x_M} = \frac{31,7 - 2500 \cdot 0,0061}{1 + 1,9 \cdot 0,0061} = 16,3^\circ C$$

(oppure leggo su Mollier)

$$b) \quad x_u = x_2 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_u \cdot p_{vsat(24)}}{p - \varphi_u \cdot p_{vsat(24)}} = 0,622 \cdot \frac{0,5 \cdot 2982}{101325 - 0,5 \cdot 2982} = 0,0093 \frac{kg_v}{kg_a}$$

$$p_{vs}(t_2) = \frac{p \cdot x_2}{0,622 + x_2} = \frac{101325 \cdot 0,0093}{0,622 + 0,0093} = 1493 \text{ Pa}$$

$t_2 = 12,5^\circ C \rightarrow$  Da tabella

$$h_l = h_2 = 1 \cdot t_2 + x_2 \cdot (2500 + 1,9 \cdot t_2) = 1 \cdot 12,5 + 0,0093 \cdot (2500 + 1,9 \cdot 12,5) = 36,0 \frac{kJ}{kg_a}$$

$$h_u = 1 \cdot t_u + x_u \cdot (2500 + 1,9 \cdot t_u) = 1 \cdot 24 + 0,0093 \cdot (2500 + 1,9 \cdot 24) = 47,7 \frac{kJ}{kg_a}$$

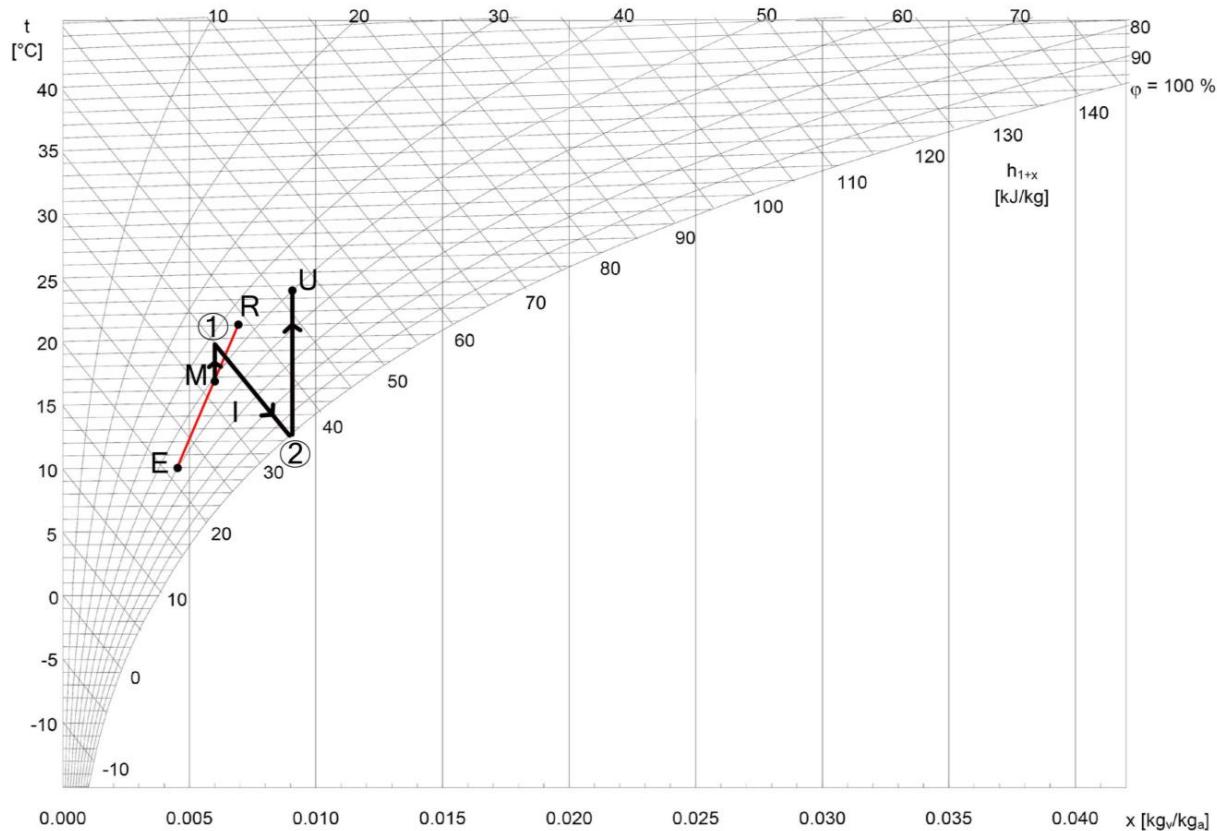
$$Q_{risc} = \dot{m}_M \cdot (h_l - h_M) = (1,7 + 1,17) \frac{kg}{s} \cdot (36,0 - 31,7) \frac{kJ}{kg} = 12,34 kW$$

$$Q_{postrisc} = \dot{m}_M \cdot (h_u - h_2) = 2,87 \cdot (47,7 - 35,2) = 35,87 kW$$

$$Q_{totale} = 12,34 + 35,87 = 48,21 kW$$

$$c) \quad \Delta m_{H_20} = \dot{m}_M \cdot (x_2 - x_1) = 2,87 \cdot (0,0093 - 0,0061) = 9,18 \cdot 10^{-3} \frac{kg_v}{s}$$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



**Esercizio 21** (Esame del 20/07/2011)

Una portata di aria esterna di 6.000.000 l/h viene miscelata, prima di entrare in una Unità di Trattamento Aria (UTA), con una portata di 0,83 kg/s di aria di ricircolo. Le condizioni esterne sono  $t_e = 36^\circ\text{C}$ ,  $UR_e = 65\%$ , mentre le condizioni in ambiente sono  $t_a = 25^\circ\text{C}$  e  $UR_a = 50\%$ . La portata d'aria in uscita dalla UTA ha una temperatura  $t_u = 19^\circ\text{C}$  e un'umidità relativa  $UR_u = 45\%$ .

- Tracciare qualitativamente, ma in modo chiaro e inequivocabile, il diagramma psicrometrico di Mollier con le trasformazioni subite dall'aria nella UTA.
- Calcolare, col metodo analitico, l'entalpia specifica, il titolo e la temperatura dell'aria prima del suo ingresso nella UTA.
- Calcolare, utilizzando il diagramma di Mollier, la temperatura di rugiada e la temperatura di bulbo umido della miscela.
- Calcolare le potenze termiche scambiate nella UTA.
- Calcolare la portata di acqua di deumidificazione.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
b1)	Titolo	0,0199	$\text{kg}_v/\text{kg}_a$
b2)	Entalpia specifica	84,63	$\text{kJ}/\text{kg}_a$
b3)	Temperatura	33,6	$^\circ\text{C}$
c1)	Temperatura di rugiada	25	$^\circ\text{C}$
c2)	Temperatura di bulbo umido	27	$^\circ\text{C}$
d1)	Potenza di raffreddamento	177,7	kW
d2)	Potenza di riscaldamento	35,9	kW
e)	Portata di acqua di deumidificazione	0,039	Kg/s

**Svolgimento**

$$\text{b}_1) \quad \dot{m}_E = \dot{V}_E \cdot \rho = \frac{6000000 \cdot 0,001 m^3}{3600 s} \cdot 1,2 = 2 \frac{kg}{s}$$

$$\dot{m}_R = 0,83 \frac{kg}{s}$$

$$t_E = 36^\circ C$$

$$UR_E = 65\%$$

$$x_E = 0,024 \frac{kg_v}{kg_a}$$

$$h_E = 99 \frac{kJ}{kg_a}$$

$$t_R = 25^\circ C$$

$$UR_R = 50\%$$

$$x_R = 0,010 \frac{kg_v}{kg_a}$$

$$h_R = 50 \frac{kJ}{kg_a}$$

$$x_M = x_{in} = \frac{\dot{m}_E \cdot x_E + \dot{m}_R \cdot x_R}{\dot{m}_E + \dot{m}_R} = \frac{2 \cdot 0,024 + 0,83 \cdot 0,010}{2 + 0,83} = 0,0199 \frac{kg_v}{kg_a}$$

$$\text{b}_2) \quad h_M = h_{in} = \frac{\dot{m}_E \cdot h_E + \dot{m}_R \cdot h_R}{\dot{m}_E + \dot{m}_R} = \frac{2 \cdot 99 + 0,83 \cdot 50}{2 + 0,83} = 84,63 \frac{kJ}{kg_a}$$

$$\text{b}_3) \quad t_M = \frac{h_M - 2500 \cdot x_M}{1 + 1,9 x_M} = \frac{84,63 - 2500 \cdot 0,0199}{1 + 1,9 \cdot 0,0199} = 33,6^\circ C$$

$$\text{c}_1) \quad \text{Da Mollier: } t_R = 25^\circ C$$

$$\text{c}_2) \quad \text{Da Mollier: } t_{BU} = 27^\circ C$$

$$\text{d}_1) \quad x_u = x_1 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_u \cdot p_{vsat(19)}}{p - \varphi_u \cdot p_{vsat(19)}} = 0,622 \cdot \frac{0,45 \cdot 2196}{101325 - 0,45 \cdot 2196} = 0,0061 \frac{kg_v}{kg_a}$$

$$\text{d}_2) \quad h_u = 1 \cdot t_u + x_u \cdot (2500 + 1,9 \cdot t_u) = 1 \cdot 19 + 0,0061 \cdot (2500 + 1,9 \cdot 19) = 34,5 \frac{kJ}{kg_a}$$

$$p_{vs}(t_1) = \frac{p \cdot x_1}{0,622 + x_1} = \frac{101325 \cdot 0,0061}{0,622 + 0,0061} = 984 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 6,5^\circ C \quad \rightarrow \quad \text{Da tabella}$$

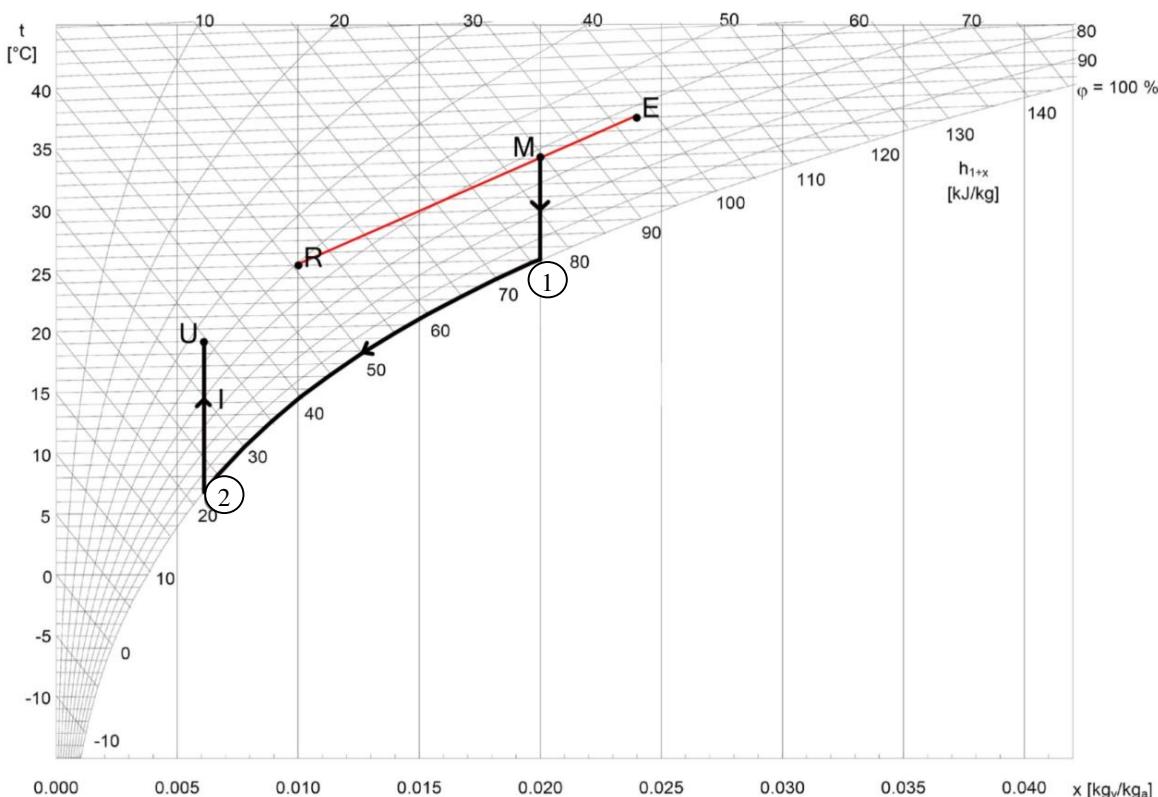
$$h_1 = 1 \cdot t_1 + x_1 \cdot (2500 + 1,9 \cdot t_1) = 1 \cdot 6,5 + 0,0061 \cdot (2500 + 1,9 \cdot 6,5) = 21,8 \frac{kJ}{kg_a}$$

$$\dot{Q}_{raff} = \dot{m}_M \cdot (h_M - h_1) = 2,83 \cdot (84,6 - 21,8) = 177,7 kW$$

$$\dot{Q}_{post-risc} = \dot{m}_M \cdot (h_u - h_1) = 2,83 \cdot (34,5 - 21,8) = 35,9 kW$$

$$\text{e}) \quad \Delta m = \dot{m}_M \cdot (x_M - x_u) = 2,83 \cdot (0,020 - 0,0061) = 0,039 \frac{kg_{H_2O}}{s}$$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



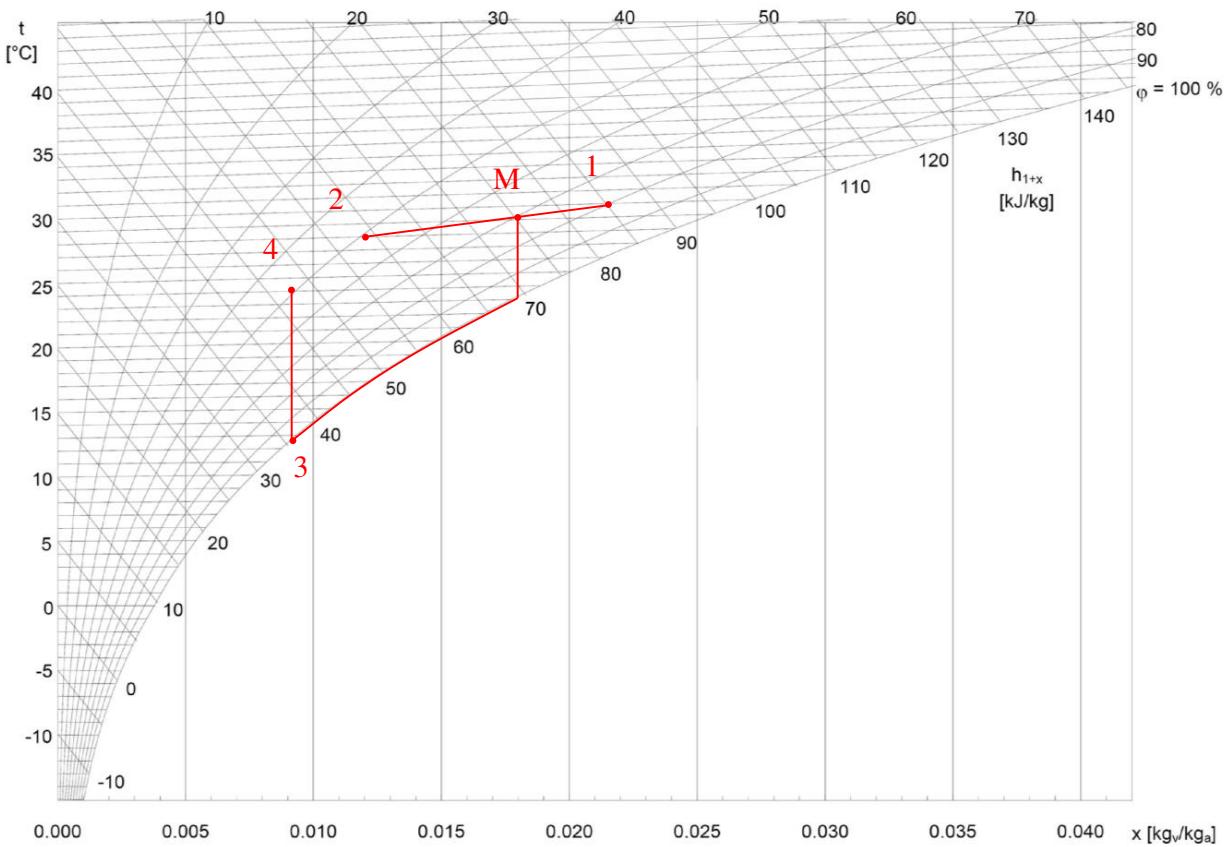
**Esercizio 22 (Esame del 17/07/2015)**

Una portata d'aria esterna di 3000 m<sup>3</sup>/h, alla temperatura di 30°C e 80% di umidità relativa, viene miscelata con una portata d'aria di ricircolo di 1800 m<sup>3</sup>/h, alla temperatura di 28°C e umidità relativa del 50%. Successivamente, la miscela viene incanalata, per il raffreddamento con deumidificazione, in una batteria di raffreddamento della potenza di 60,8 kW. Viene infine post-riscaldata fino alla temperatura di 24°C. Si consideri una densità dell'aria di 1,14 kg/m<sup>3</sup>. Si calcolino, analiticamente e tramite diagramma di Mollier:

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a1)	L'entalpia specifica della miscela	74,9	kJ/kg
a2)	Il titolo della miscela	0,0179	kg <sub>v</sub> /kg <sub>a</sub>
b1)	L'entalpia specifica all'uscita della batteria di raffreddamento	35	kJ/kg
b2)	Il titolo all'uscita della batteria di raffreddamento (solo da Mollier)	0,009	kg <sub>v</sub> /kg <sub>a</sub>
c)	La portata d'acqua condensata	0,0135	kg/s
d)	Potenza della batteria di post-riscaldamento	18	kW
e1)	Titolo dell'aria immessa in ambiente	0,009	kg <sub>v</sub> /kg <sub>a</sub>
e2)	Entalpia specifica dell'aria immessa in ambiente	46,9	kJ/kg
e3)	Umidità relativa dell'aria immessa in ambiente	48,5	%

**Svolgimento**

DIAGRAMMA DI MOLLIER



$$a) \quad x_1 = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t_1)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t_1)} = 0,622 \frac{0,8 \cdot 4241}{101325 - 0,8 \cdot 4241} = 0,0215 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$h_1 = c_{p,a} \cdot t_1 + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_1 + r_0) = 1 \cdot 30 + 0,0215 \cdot (1,9 \cdot 30 + 2500) = 85,0 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t_2)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t_2)} = 0,622 \frac{0,5 \cdot 3778}{101325 - 0,5 \cdot 3778} = 0,0118 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$h_2 = c_{p,a} \cdot t_2 + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_2 + r_0) = 1 \cdot 28 + 0,0118 \cdot (1,9 \cdot 28 + 2500) = 58,1 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m}_1 = \rho \cdot \dot{V}_1 = 1,14 \cdot \frac{3000}{3600} = 0,95 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_2 = \rho \cdot \dot{V}_2 = 1,14 \cdot \frac{1800}{3600} = 0,57 \text{ kg/s}$$

$$\dot{m}_a = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 0,95 + 0,57 = 1,52 \text{ kg/s}$$

$$x_m = \frac{\dot{m}_1 \cdot x_1 + \dot{m}_2 \cdot x_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} = \frac{0,95 \cdot 0,0215 + 0,57 \cdot 0,0118}{0,95 + 0,57} = 0,0179 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$h_m = \frac{\dot{m}_1 \cdot h_1 + \dot{m}_2 \cdot h_2}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} = \frac{0,95 \cdot 85,0 + 0,57 \cdot 58,1}{0,95 + 0,57} = 74,9 \text{ kJ/kg}$$

b) Bilancio di energia della batteria di raffreddamento:

$$\dot{m}_a \cdot h_m = \dot{Q}^- + \dot{m}_a \cdot h_3 \rightarrow h_3 = h_m - \frac{\dot{Q}^-}{\dot{m}_a} = 75 - \frac{60,8}{1,52} = 35 \text{ kJ/kg}$$

$x_3 = 0,009 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$  da diagramma di Mollier (noti  $h$  e  $\varphi$  non si può procedere analiticamente a meno di iterare il calcolo)

- c) Bilancio di massa della batteria di raffreddamento:  

$$\dot{m}_a \cdot x_m = \dot{m}_w + \dot{m}_a \cdot x_3 \rightarrow \dot{m}_w = \dot{m}_a \cdot (x_m - x_3) = 1,52 \cdot (0,0179 - 0,009) = 0,0135 \text{ kg/s}$$
- d) Bilancio di energia della batteria di post-riscaldamento:  

$$x_4 = x_3$$

$$h_4 = c_{p,a} \cdot t_4 + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_4 + r_0) = 1 \cdot 24 + 0,009 \cdot (1,9 \cdot 24 + 2500) = 46,9 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m}_a \cdot h_3 + \dot{Q}^+ = \dot{m}_a \cdot h_4 \rightarrow \dot{Q}^+ = \dot{m}_a \cdot (h_4 - h_3) = 1,52 \cdot (46,9 - 35) = 18 \text{ kW}$$

e) 
$$\varphi_4 = \frac{x_4 \cdot p}{p_{vs}(t_4) \cdot (0,622 + x_4)} = \frac{0,009 \cdot 101325}{2982 \cdot (0,622 + 0,009)} = 0,485 \rightarrow 48,5\%$$

### Esercizio 23 (Esame del 30/06/2015)

Un impianto di climatizzazione a tutt'aria deve trattare una portata di 2 kg/s di aria esterna, alla temperatura di 4°C e umidità relativa del 30%, per portarla alle condizioni di immissione in ambiente (temperatura di 21°C). L'aria esterna viene fatta passare nella prima batteria dove viene riscaldata fino a 24°C e successivamente nella sezione in cui subisce un processo di saturazione adiabatica che la porta ad avere un titolo di 0,0077 kg<sub>v</sub>/kg<sub>a</sub>. L'aria viene infine riscaldata tramite una batteria di post-riscaldamento fino alle temperature di immissione in ambiente. Ipotizzando che il processo si verifichi alla pressione atmosferica si calcoli per via analitica e con l'ausilio del diagramma di Mollier:

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	La potenza termica che deve fornire la batteria nella prima sezione di riscaldamento	40	kW
b)	L'entalpia dell'aria in uscita dall'umidificatore	27,8	kJ/kg
c)	La temperatura dell'aria in uscita dall'umidificatore	8,6	°C
d)	L'umidità relativa dell'aria che verrà immessa in ambiente	50	%
e)	La temperatura massima di immissione in ambiente ottenibile con una batteria di post-riscaldamento di potenza pari alla metà di quella utilizzata	14,7	°C

### Svolgimento

- a) 
$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1)$$
- $$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)}$$
- $$x_1 = 0,622 \cdot \frac{0,3 \cdot 813}{101325 - 0,3 \cdot 813} = 0,0015 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$
- $$x_2 = x_1$$
- $$h = c_{p,a} \cdot t + x \cdot (c_{p,v} \cdot t + r_0)$$
- $$h_1 = 1 \cdot 4 + 0,0015 \cdot (1,9 \cdot 4 + 2500) = 7,8 \text{ kJ/kg}$$
- $$h_2 = 1 \cdot 24 + 0,0015 \cdot (1,9 \cdot 24 + 2500) = 27,8 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{Q} = 2 \cdot (27,8 - 7,8) = 7,1 \text{ kJ/s} = 40 \text{ kW}$$

b)  $h_2 = h_3$  27,8 kJ/kg trasformazione isoentalpica

$$\varphi_3 = 100\%$$

$$x_3 = x_4 = 0,0077 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

$$t = \frac{h - r_0 \cdot x}{c_{pa} + c_{pv} \cdot x}$$

c)  $t_3 = \frac{28 - 2500 \cdot 0,0077}{1 + 1,9 \cdot 0,0077} = 8,6^\circ C$

d)  $x_4 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)}$

$$0,0077 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot 2486}{10135 - \varphi \cdot 2486} \Rightarrow \varphi = \frac{101325 \cdot 0,0077}{0,0077 \cdot 2486 + 0,622 \cdot 2486} = 0,50 = 50\%$$

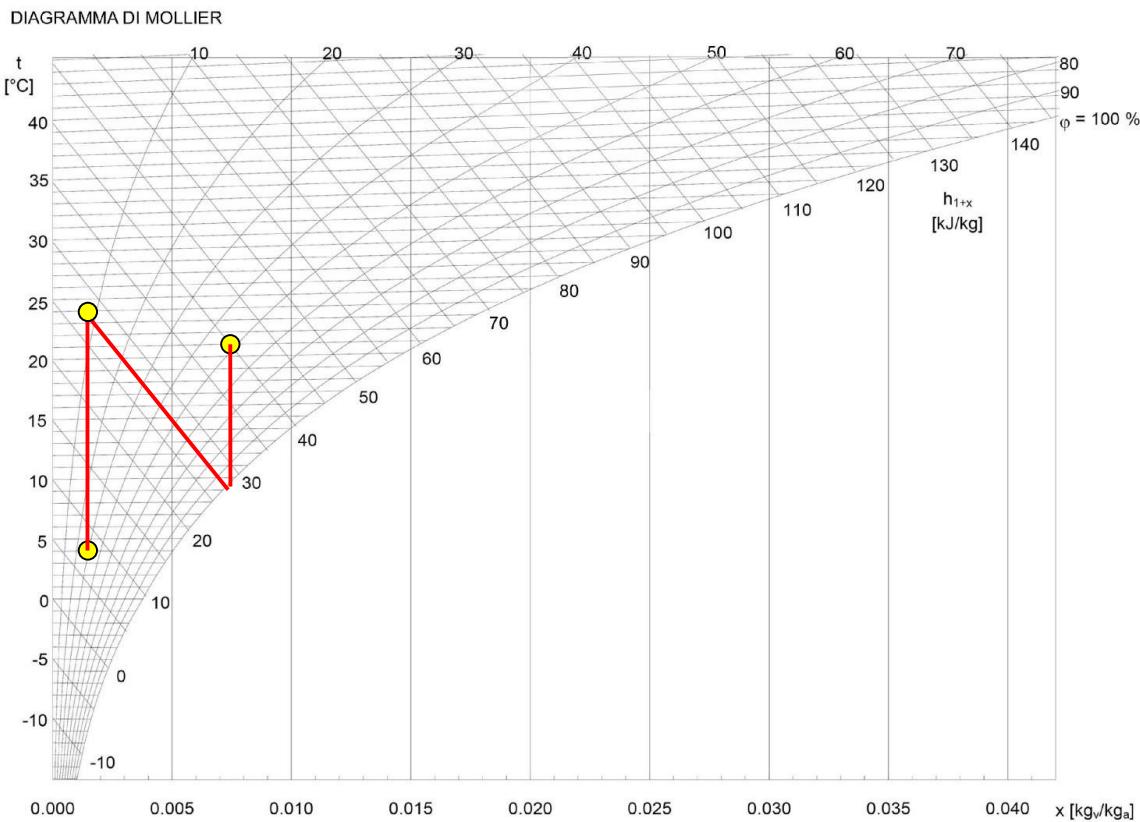
$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

$$h_4 = 1 \cdot 21 + 0,0077 \cdot (1,9 \cdot 21 + 2500) = 40,6 \text{ kJ/kg}$$

$$Q = 2(40,6 - 27,8) = 25,6 \text{ kW}$$

$$12,8 = 2(h_{fin} - 27,8) \quad 12,8 = 2h_{fin} - 55,6 \quad h_{fin} = 34,2 \text{ kJ/kg}$$

$$t_{fin} = \frac{34,2 - 2500 \cdot 0,0077}{1 + 1,9 \cdot 0,0077} = 14,7^\circ C$$



### Esercizio 24

Si determinino le portate in massa di aria secca, vapore e aria umida di una portata in volume d'aria umida di  $1000 \text{ m}^3/\text{h}$  avente temperatura  $t = 20^\circ\text{C}$  e umidità relativa  $\varphi = 50\%$ . La pressione atmosferica è quella al livello del mare (101325 Pa).

( $R_v^* = 287.2 \text{ J/KgK}$  e  $R_a^* = 461.9 \text{ J/KgK}$ )

#### Svolgimento

Innanzitutto si cerca la pressione di saturazione del vapore d'acqua a  $20^\circ\text{C}$ , che è di 2337 Pa. La pressione parziale del vapore è dunque

$$p_v = \varphi \cdot p_{vs}(t) = 0,5 \cdot 2337 = 1168,5 \text{ Pa}$$

$$\rho_v = \frac{p_v}{R_v^* T} = \frac{1168,5}{287,2 \cdot (20 + 273,15)} = 8,64 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{m}_v = \rho_v \cdot \dot{V} = 8,64 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 = 8,64 \text{ kg/h}$$

La pressione parziale dell'aria vale

$$p_a = p - p_v = 101325 - 1168,5 = 100155,5 \text{ Pa}$$

$$\rho_a = \frac{p_a}{R_a^* T} = 1,191 \text{ kg/m}^3$$

$$\dot{m}_a = \rho_a \cdot \dot{V} = 1,191 \cdot 1000 = 1191 \text{ kg/h}$$

$$\dot{m} = \dot{m}_v + \dot{m}_a = 8,64 + 1191 = 1200 \text{ kg/h}$$

### Esercizio 25

Due portate di aria a pressione atmosferica (101325 Pa) caratterizzate dalle seguenti condizioni termoigrometriche:

- $t_1 = 26^\circ\text{C}$   $\varphi_1 = 50\%$ ,
- $t_2 = 7^\circ\text{C}$   $\varphi_2 = 80\%$ ,

vengono mescolate ottenendo aria a  $20^\circ\text{C}$ . Si calcoli:

- a) entalpia specifica e titolo igrometrico delle due portate
- b) umidità relativa della miscela (tramite Mollier)
- c) rapporto fra le due portate
- d) temperatura di rugiada dell'aria miscelata (tramite Mollier)

### Svolgimento

a)

Note le temperature delle due portate d'aria (quindi anche la loro pressione di vapore saturo) e l'umidità relativa calcoliamo il titolo di ciascuna di esse attraverso la formula:

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}}{p - \varphi \cdot p_{vs}} = 0,622 \cdot \frac{0,5 \cdot 3359}{101325 - 0,5 \cdot 3359} = 0,0105 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

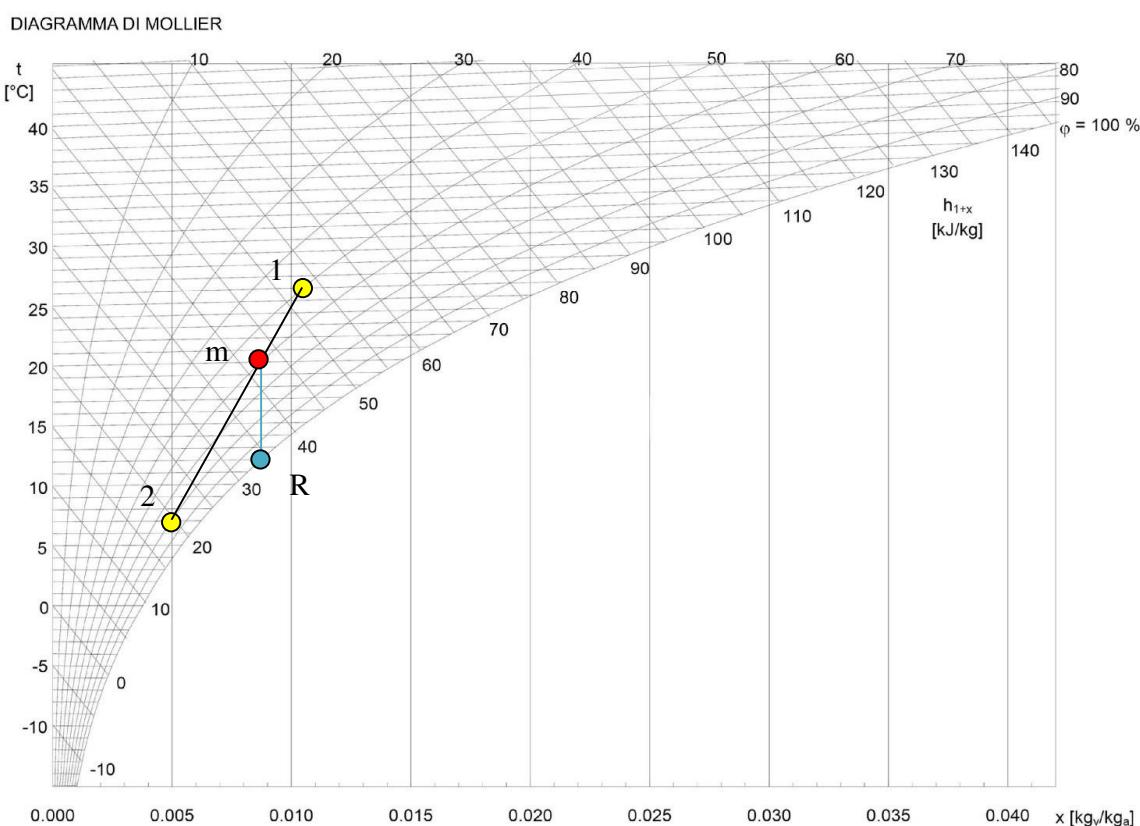
$$x_2 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}}{p - \varphi \cdot p_{vs}} = 0,622 \cdot \frac{0,5 \cdot 3359}{101325 - 0,5 \cdot 3359} = 0,0050 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

Calcoliamo ora l'entalpia specifica delle due portate attraverso la formula:

$$h_1 = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0) = 1 \cdot 26 + 0,0105 \cdot (1,9 \cdot 26 + 2500) = 52,8 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0) = 1 \cdot 7 + 0,0050 \cdot (1,9 \cdot 7 + 2500) = 19,6 \text{ kJ/kg}$$

b)



▲▲▼

c)

Da Mollier:

$$h_m = 42,5 \text{ kJ/kg}$$

Calcoliamo ora il rapporto tra le due portate utilizzando l'equazione di bilancio della massa di vapore del sistema aperto "miscolatore":

$$\dot{m}_1 \cdot x_1 + \dot{m}_2 \cdot x_2 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) \cdot x_3$$

Definendo il rapporto tra le portate come:  $y = \dot{m}_1 / \dot{m}_2$  si ricava che:

$$y \cdot x_1 + x_2 = (1 + y) \cdot x_3 \Rightarrow y = \frac{x_3 - x_2}{x_1 - x_3} = \frac{h_3 - h_2}{h_1 - h_3} = \frac{42,5 - 19,6}{52,8 - 42,5} = 2,22$$

d)

Anche la temperatura di rugiada si ricava attraverso il Mollier raggiungendo in condizione di saturazione, partendo dalle condizioni ambiente, muovendosi a titolo costante.

$$t_R = 12^\circ$$

### Esercizio 26

Si deve sottrarre vapore ad una portata di aria caratterizzata da una temperatura  $t_1 = 26^\circ\text{C}$  e una umidità relativa  $\varphi_1 = 50\%$ , mediante una batteria fredda, in modo da dimezzarne il titolo.

Sapendo che la portata d'aria secca vale 2700 kg/h, calcolare

- a) le condizioni finali dell'aria (temperatura e umidità relativa)
- b) la potenza frigorifera della batteria
- c) la portata d'acqua condensata
- d) la portata in volume dell'aria umida

#### Svolgimento

a)

Calcoliamo il titolo dell'aria umida prima che venga trattata:

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 \cdot p_{vs}}{p - \varphi_1 \cdot p_{vs}} = 0,622 \frac{0,5 \cdot 3359}{101325 - 0,5 \cdot 3359} = 10,5 \text{ g/kg}$$

Il titolo dell'aria dopo il raffreddamento sarà dimezzato, quindi varrà:

$$x_2 = \frac{x_1}{2} = \frac{10,5}{2} = 5,25 \text{ g/kg}$$

A causa del raffreddamento l'aria è arrivata in condizioni di saturazione quindi

$$\varphi_2 = 100\%$$

Noti tali elementi si può ricavare la pressione di saturazione sempre attraverso la prima formula presentata in questo esercizio sostituendo il valore di

$$x_2 = 5,25 \text{ g/kg}, \varphi_2 = 100\% \text{ e } p = 101325 \text{ Pa.}$$

Si otterrà così una pressione di saturazione pari a

$$p_{vs}(t_1) = \frac{p \cdot x_2}{0,622 + x_2} = \frac{101325 \cdot 0,00525}{0,622 + 0,00525} = 848 \text{ Pa}$$

$$t_2 = 4,6^\circ\text{C} \rightarrow \text{Da tabella}$$

b)

$$h_1 = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0) = 1 \cdot 26 + 0,0105 \cdot (1,9 \cdot 26 + 2500) = 52,8 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0) = 1 \cdot 4,6 + 0,00525 \cdot (1,9 \cdot 4,6 + 2500) = 17,8 \text{ kJ/kg}$$

Occorre ancora avere la portata in unità S.I. per cui

$$\dot{m} = 2700 \text{ kg/h} = 0.75 \text{ kg/s}$$

Ora si è in grado di fare un bilancio energetico per stabilire la quantità di calore sottratta. Tale equazione si basa sul fatto che l'energia può essere solo trasformata e quindi quella che entra è pari a quella che esce anche se in forma diversa. Si avrà quindi:

$$\dot{m} \cdot h_1 = \dot{Q} + \dot{m} \cdot h_2$$

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot h_1 - \dot{m} \cdot h_2 = 0,75 \cdot 52,8 - 0,75 \cdot 17,8 = 26,3 \text{ kJ}$$

Si noti come il bilancio si faccia con le portate di aria secca, quella che durante tutto il processo non cambia. Risulta

c)

La portata di acqua condensata  $\dot{m}_w$  si trova in seguito ad un'equazione di bilancio di massa:

$$\dot{m} \cdot x_1 = \dot{m} \cdot x_2 + \dot{m}_w$$

$$\dot{m}_w = \dot{m} \cdot x_1 - \dot{m} \cdot x_2 = 0,75 \cdot 0,0105 - 0,75 \cdot 0,00525 = 0,00394 \text{ kg/s}$$

d)

La portata in volume è data dal rapporto tra la portata in massa e la densità dell'aria secca, che ora calcoliamo attraverso l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$\rho_a = \frac{p_a}{R_a * T_a} = \frac{p - \varphi \cdot p_{vs}}{R_a * T_a} = \frac{101325 - 0,5 \cdot 3359}{287 \cdot (26 + 273,15)} = 1,16 \text{ kg/m}^3$$

Dove:  $p_a$  è la pressione dell'aria secca che per la legge di Dalton si ricava come differenza tra la pressione totale atmosferica ( $p = 101325 \text{ Pa}$ ) e la pressione del vapore;  $R^*$  è l'elasticità del gas, nel caso di aria pari a  $287 \text{ J/(kgK)}$ ;  $T$  è la temperatura alla quale si opera espressa in kelvin.

La portata in volume sarà dunque:

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho_a} = \frac{0,75}{1,16} = 0,646 \text{ m}^3/\text{s}$$

### Esercizio 27

A quali trasformazioni si deve sottoporre dell'aria satura a  $-4^\circ\text{C}$  (punto 1) al livello del mare per portarla a  $20^\circ\text{C}$  col 50 % di umidità relativa (punto 2). Si calcoli:

- a) il grado igrometrico e l'entalpia all'inizio e alla fine delle trasformazioni) e nel caso in cui la portata di aria umida trattata sia  $3000 \text{ m}^3/\text{h}$
- b) la potenza termica fornita (con ausilio del diagramma di Mollier)
- c) la portata d'acqua immessa

### Svolgimento

Siamo in presenza del tipico caso di trattamento dell'aria che avviene nella stagione invernale. Non è sufficiente prelevare aria esterna a bassa temperatura e scaldarla per ottenere delle adeguate condizioni termoigrometriche. Come si vede infatti dal diagramma di Mollier se l'aria satura a  $-4^\circ\text{C}$  venisse portata a  $20^\circ\text{C}$  solamente mediante riscaldamento isototolo, l'umidità relativa finale sarebbe inferiore al 20%, valore improponibile ai fini di un buon comfort. Risulta quindi necessario sia riscaldare che umidificare l'aria.

a)

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi_1 \cdot p_{vs}}{p - \varphi_1 \cdot p_{vs}} = 0,622 \frac{1 \cdot 437}{101325 - 1 \cdot 437} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$x_2 = 0,622 \frac{\varphi_2 \cdot p_{vs}}{p - \varphi_2 \cdot p_{vs}} = 0,622 \frac{0,5 \cdot 2337}{101325 - 0,5 \cdot 2337} = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$h_1 = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0) = 1 \cdot (-4) + 0,0027 \cdot (1,9 \cdot (-4) + 2500) = 2,7 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0) = 1 \cdot 20 + 0,0073 \cdot (1,9 \cdot 20 + 2500) = 38,5 \text{ kJ/kg}$$

b)

Per la legge di Dalton la portata in volume di aria umida è la stessa della portata di aria secca, che, espressa in unità S.I., vale:

$$\dot{V}_a = 3000 \text{ m}^3 / \text{h} = 0,83 \text{ m}^3 / \text{s}$$

La portata in massa si trova moltiplicando la portata in volume per la densità che vale:

$$\rho_a = \frac{p_a}{R_a^* \cdot T} = \frac{p - p_{vs}}{R_a^* \cdot T} = \frac{101325 - 1 \cdot 437}{287 \cdot (-4 + 273,15)} = 1,31 \text{ kg/m}^3$$

Tale formula si avvale delle seguenti ipotesi:

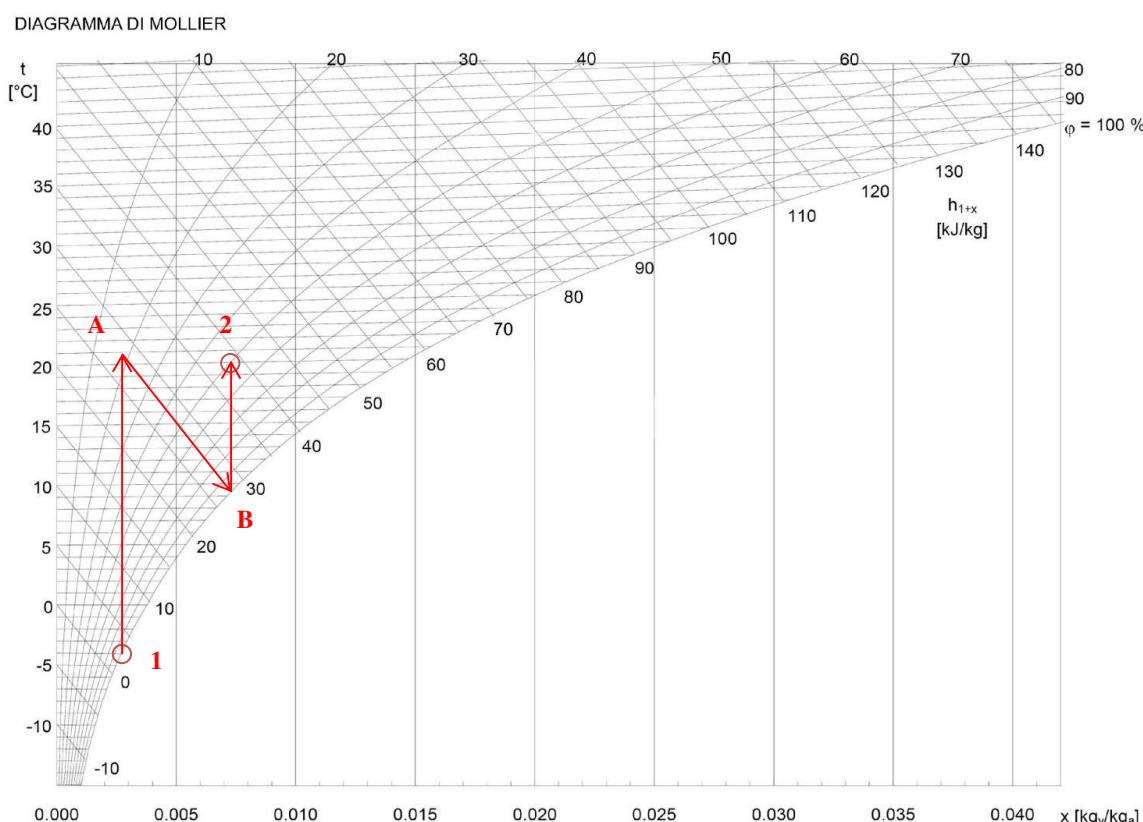
- la pressione dell'aria secca è data per la legge di Dalton dalla differenza tra la pressione totale e la pressione del vapore
- $R^*$  è la costante di elasticità dell'aria, pari a 287 J/kg K
- T è la temperatura espressa in Kelvin

La portata in massa di aria secca vale dunque:

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho_a = 0,83 \cdot 1,31 = 1,09 \text{ kg/s}$$

Si è ipotizzato di realizzare il riscaldamento e umidificazione dell'aria attraverso tre trasformazioni:

1. preriscaldando l'aria dal punto 1 ad un punto A di entalpia pari a quella del punto di rugiada del punto 2
2. umidificando l'aria adiabaticamente fino a saturazione nel punto B,
3. post-riscaldando l'aria ancora fino ad arrivare al punto 2.



Si ha:

$$x_B = x_2 = 7,3 \text{ g/kg} \text{ e } \varphi_B = 100\%.$$

Perciò dal diagramma di Mollier si trova:

$$h_B = 28 \text{ kJ/kg}$$

Poiché l'umidificazione è isoentalpica

$$h_B = h_A$$

Applicando ora il primo principio della termodinamica per i sistemi aperti si ricava la potenza termica spesa per il preriscaldamento:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot \Delta h = \dot{m} \cdot (h_A - h_1) = 1,09 \cdot (28 - 2,7) = 27,6 \text{ kW}$$

Considerato che l'entalpia è stata calcolata sinora in kJ la potenza termica viene espressa in kW.

La potenza termica spesa per il post-riscaldamento varrà:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot \Delta h = \dot{m} \cdot (h_2 - h_B) = 1,09 \cdot (38,5 - 28) = 11,5 \text{ kW}$$

$$\dot{Q} = 27,6 + 11,5 = 39,1 \text{ kW}$$

c)

La portata di acqua necessaria all'umidificazione si ricava mediante un'equazione di bilancio di massa, per cui si ha:

$$\dot{m}_a \cdot x_1 + \dot{m}_w = \dot{m}_a \cdot x_2$$

$$\dot{m}_w = \dot{m}_a \cdot x_2 - \dot{m}_a \cdot x_1 = 1,09 \cdot 0,0073 - 1,09 \cdot 0,0027 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

### Esercizio 28

Una portata di aria di  $600 \text{ m}^3/\text{h}$  le cui condizioni termoigometriche sono  $t_1 = 15^\circ\text{C}$   $\varphi_1 = 50\%$  viene fatta passare attraverso un condizionatore, dove viene riscaldata da una batteria alimentata da una portata di acqua di  $100 \text{ kg/h}$  con temperatura in entrata  $t_e = 80^\circ\text{C}$  e umidificata in una batteria di umidificazione ad acqua nebulizzata.

Sapendo che all'uscita le condizioni termoigometriche sono  $t_2 = 20^\circ\text{C}$  e  $\varphi_2 = 50\%$  si calcoli:

- a) la portata in massa dell'aria secca
- b) la quantità di acqua immessa ogni ora
- c) il calore fornito dalla batteria di riscaldamento in un'ora
- d) la temperatura di uscita dell'acqua calda dalla batteria di riscaldamento

[Ai fini del calcolo del punto a) si sappia che la costante di elasticità dell'aria  $R^* = 287 \text{ J/kgK}$ ].

### Svolgimento

a)

La portata in massa di aria secca si trova come prodotto della portata in volume per la densità dell'aria a quelle ben determinate condizioni di temperatura e umidità. Si calcoli dunque la densità dell'aria secca:

$$\rho_a = \frac{P_a}{R_a^* \cdot T_a} = \frac{P - P_v}{R_a^* \cdot T_a} = 1,216 \text{ kg/m}^3$$

In base alle ipotesi di Dalton la pressione dell'aria secca è data come differenza tra la pressione totale dell'aria umida e la pressione del vapore, tuttavia se si è in presenza di una portata in volume di  $600 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria umida, allora si avranno ugualmente  $600 \text{ m}^3/\text{h}$  di vapore e  $600 \text{ m}^3/\text{h}$  di aria secca.

Sulla base di tali considerazioni la portata in massa risulta essere pari a:

$$\dot{m}_a = 73 \text{ kg/h} = 0,203 \text{ kg/s}$$

Per rispondere ai quesiti b) e c) si calcolino ora il titolo e l'entalpia dell'aria prima e dopo il trattamento.

Per  $t_1 = 15^\circ\text{C}$  e  $\varphi_1 = 50\%$  valgono:  $x_1 = 5,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg_v/kg_a}$  e  $h_1 = 28,5 \text{ kJ/kg}$

Per  $t_2 = 20^\circ\text{C}$  e  $\varphi_2 = 50\%$  valgono:  $x_2 = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg_v/kg_a}$  e  $h_2 = 38,5 \text{ kJ/kg}$

b)

La portata di acqua immessa si trova a seguito di un bilancio di massa:

$$\dot{m}_1 \cdot x_1 + \dot{m}_w = \dot{m}_2 \cdot x_2$$

e risulta essere pari a

$$\dot{m}_w = 4,25 \cdot 10^{-4} \text{ kg/s}$$

Il quesito richiede però la quantità di acqua immessa ogni ora quindi è sufficiente moltiplicare il risultato precedente per 3600, ottenendo così

$$m_w = 1,532 \text{ kg}$$

c)

La potenza termica erogata dalla batteria si trova attraverso un'equazione di bilancio energetico:

$$\dot{m}_1 \cdot h_1 + \dot{Q} = \dot{m}_2 \cdot h_2$$

e si ha che

$$\dot{Q} = 2,03 \text{ kW}$$

Per ottenere il calore fornito in un'ora si moltiplica per 3600 s ottenendo:

$$Q = 7294 \text{ kJ}$$

d)

La temperatura di uscita  $T_u$  dell'acqua dalla batteria di riscaldamento si trova mediante l'applicazione del primo principio della termodinamica:

$$Q = c \cdot \dot{m} \cdot t \cdot (t_e - t_u)$$

Tutti i termini della precedente equazione sono noti tranne la temperatura in uscita che vale:

$$t_u = 62,5^\circ\text{C}$$

### Esercizio 29

Si abbia una portata di d'aria di 0,5 kg/s a 24 °C e 50 % di umidità relativa. Determinare la potenza termica sensibile che bisogna fornire alla corrente d'aria per aumentare la sua temperatura di bulbo secco di 6 °C e calcolare analiticamente l'umidità relativa dopo la trasformazione.

#### Svolgimento

$$x_i = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t_i)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t_i)} = 0,622 \frac{0,5 \cdot 2982}{101325 - 0,5 \cdot 2982} = 0,009 \text{ kg_v/kg_a}$$

$$h_i = c_{p,a} \cdot t_i + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_i + r_0) = 1 \cdot 24 + 0,009 \cdot (1,9 \cdot 24 + 2500) = 46,91 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{fin} = c_{p,a} \cdot t_{fin} + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_{fin} + r_0) = 1 \cdot 30 + 0,009 \cdot (1,9 \cdot 30 + 2500) = 53,01 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{Q} = \dot{m}_a \cdot (h_{fin} - h_i) = 0,5 \cdot (53,01 - 46,91) = 3,05 \text{ kW}$$

$$\varphi_{fin} = \frac{x \cdot p}{p_{vs}(t_{fin}) \cdot (0,622 + x)} = \frac{0,009 \cdot 101325}{4241 \cdot (0,622 + 0,009)} = 0,34 \rightarrow 34\%$$

### Esercizio 30

In un locale di 300 m<sup>3</sup> l'aria si trova inizialmente alla temperatura di 31 °C con una umidità relativa pari al 50%. Con un condizionatore si porta l'aria interna alla temperatura di 24 °C mantenendo costante il valore dell'umidità relativa. Supponendo che le pareti del locale siano adiabatiche, determinare:

- a) il calore complessivo che dovrà sottrarre all'ambiente il condizionatore
- b) la quantità di acqua precipitata durante il processo di deumidificazione
- c) la potenza frigorifera che dovrà avere il condizionatore nell'ipotesi in cui si voglia portare l'ambiente interno "a regime" in 30 minuti.

**Svolgimento**

a)

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t_1)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t_1)} = 0,622 \frac{0,5 \cdot 4489}{101325 - 0,5 \cdot 4489} = 0,014 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$h_1 = c_{p,a} \cdot t_1 + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_1 + r_0) = 1 \cdot 31 + 0,014 \cdot (1,9 \cdot 31 + 2500) = 66,8 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t_2)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t_2)} = 0,622 \frac{0,5 \cdot 2982}{101325 - 0,5 \cdot 2982} = 0,009 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$h_2 = c_{p,a} \cdot t_2 + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_2 + r_0) = 1 \cdot 24 + 0,009 \cdot (1,9 \cdot 24 + 2500) = 46,9 \text{ kJ/kg}$$

$$m_a = \rho \cdot V = 1,2 \cdot 300 = 360 \text{ kg}$$

$$Q = m_a \cdot (h_1 - h_2) = 360 \cdot (66,8 - 46,9) = 7164 \text{ kJ}$$

b)

$$\Delta m_v = m_a \cdot (x_2 - x_1) = 360 \cdot (0,014 - 0,009) = 1,8 \text{ kg}_v$$

c)

$$\dot{Q} = \frac{Q}{\tau} = \frac{7164}{30 \cdot 60} = 3,98 \text{ kW}$$

**Esercizio 31**

Una corrente d'aria alla pressione di 1 bar nelle condizioni:

$$t_1 = 30^\circ\text{C}; \varphi_1 = 0,8$$

e di portata  $\dot{g} = 0,4 \text{ kg/s}$  deve essere portata nelle condizioni:

$$t_3 = t_1 = 30^\circ\text{C}; \varphi_3 = 0,3.$$

Si vuole ottenere questo risultato trattando l'aria successivamente in due scambiatori. Nel primo l'aria viene raffreddata perché perda umidità per condensazione sino a raggiungere l'umidità associata finale desiderata; nel secondo l'aria viene riscaldata fino alla temperatura finale  $t_3$ . Rappresentare le trasformazioni sul piano psicrometrico di Mollier della figura. Calcolare il flusso termico da sottrarre nella prima fase e quello da somministrare nella seconda; calcolare inoltre la portata dell'acqua liquida da scaricare.

**Svolgimento**

$$x_1 = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t_1)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t_1)} = 0,622 \frac{0,8 \cdot 4241}{101325 - 0,8 \cdot 4241} = 0,0215 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$h_1 = c_{p,a} \cdot t_1 + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_1 + r_0) = 1 \cdot 30 + 0,0215 \cdot (1,9 \cdot 30 + 2500) = 85,0 \text{ kJ/kg}$$

$$x_3 = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t_3)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t_3)} = 0,622 \frac{0,3 \cdot 4241}{101325 - 0,3 \cdot 4241} = 0,0079 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$h_3 = c_{p,a} \cdot t_3 + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_3 + r_0) = 1 \cdot 30 + 0,0079 \cdot (1,9 \cdot 30 + 2500) = 50,0 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = x_3 = 0,0079 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$\varphi_2 = 100\%$$

$$x_2 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t_2)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t_2)} \rightarrow 0,0079 = 0,622 \cdot \frac{1 \cdot p_{vs}(t_2)}{101325 - p_{vs}(t_2)}$$

$$0,0079 \cdot (101325 - p_{vs}(t_2)) = 0,622 \cdot p_{vs}(t_2)$$

$$p_{vs}(t_2) = \frac{1286}{1,0127} = 1296 \text{ Pa}$$

$$t_2 \approx 10,5^\circ\text{C}$$

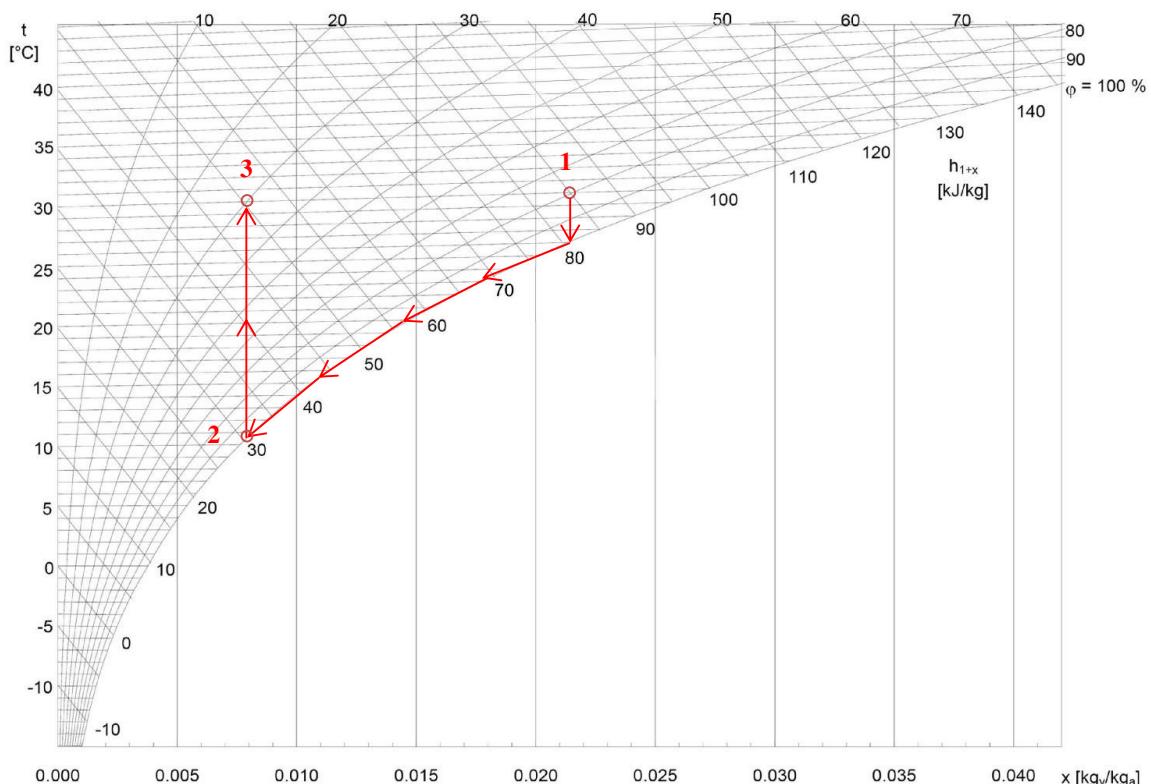
$$h_2 = c_{p,a} \cdot t_2 + x \cdot (c_{p,v} \cdot t_2 + r_0) = 1 \cdot 10,5 + 0,0079 \cdot (1,9 \cdot 10,5 + 2500) = 30,4 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{Q}_{1,2} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = 0,4 \cdot (30,4 - 85,0) = -21,8 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{2,3} = \dot{m} \cdot (h_3 - h_2) = 0,4 \cdot (50,0 - 30,4) = 7,8 \text{ kW}$$

$$\Delta \dot{m}_v = \dot{m}_a \cdot (x_2 - x_1) = 0,4 \cdot (0,0215 - 0,0079) = 0,00054 \text{ kg_v/s}$$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



**Corso di Fisica Tecnica Ambientale 2016-17 \_ Prof. V. Serra**  
***Psicrometria - Esercizi integrativi 12/12/2016***

<i>pressione di saturazione in funzione della temperatura (Pa)</i>										
<i>θ in °C</i>	<b>0</b>	<b>0,1</b>	<b>0,2</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>0,6</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>0,9</b>
<b>30</b>	4241	4265	4289	4314	4339	4364	4389	4414	4439	4464
<b>29</b>	4003	4026	4050	4073	4097	4120	4144	4168	4192	4216
<b>28</b>	3778	3800	3822	3844	3867	3889	3912	3934	3957	3980
<b>27</b>	3563	3584	3605	3626	3648	3669	3691	3712	3734	3756
<b>26</b>	3359	3379	3399	3419	3440	3460	3480	3501	3522	3542
<b>25</b>	3166	3185	3204	3223	3242	3261	3281	3300	3320	3340
<b>24</b>	2982	3000	3018	3036	3055	3073	3091	3110	3128	3147
<b>23</b>	2808	2825	2842	2859	2876	2894	2911	2929	2947	2964
<b>22</b>	2642	2659	2675	2691	2708	2724	2741	2757	2774	2791
<b>21</b>	2486	2501	2516	2532	2547	2563	2579	2594	2610	2626
<b>20</b>	2337	2351	2366	2381	2395	2410	2425	2440	2455	2470
<b>19</b>	2196	2210	2224	2238	2252	2266	2280	2294	2308	2323
<b>18</b>	2063	2076	2089	2102	2115	2129	2142	2155	2169	2182
<b>17</b>	1937	1949	1961	1974	1986	1999	2012	2024	2037	2050
<b>16</b>	1817	1829	1841	1852	1864	1876	1888	1900	1912	1924
<b>15</b>	1704	1715	1726	1738	1749	1760	1771	1783	1794	1806
<b>14</b>	1598	1608	1619	1629	1640	1650	1661	1672	1683	1693
<b>13</b>	1497	1507	1517	1527	1537	1547	1557	1567	1577	1587
<b>12</b>	1402	1411	1420	1430	1439	1449	1458	1468	1477	1487
<b>11</b>	1312	1321	1330	1338	1347	1356	1365	1374	1383	1393
<b>10</b>	1227	1236	1244	1252	1261	1269	1278	1286	1295	1303
<b>9</b>	1147	1155	1163	1171	1179	1187	1195	1203	1211	1219
<b>8</b>	1072	1080	1087	1094	1102	1109	1117	1124	1132	1140
<b>7</b>	1001	1008	1015	1022	1029	1036	1043	1050	1058	1065
<b>6</b>	935	941	948	954	961	967	974	981	988	994
<b>5</b>	872	878	884	890	897	903	909	915	922	928
<b>4</b>	813	819	824	830	836	842	848	854	860	866
<b>3</b>	757	763	768	774	779	785	790	796	801	807
<b>2</b>	705	710	715	721	726	731	736	741	747	752
<b>1</b>	656	661	666	671	676	680	685	690	695	700
<b>0</b>	611	615	619	624	629	633	638	642	647	652
<b>-1</b>	562	567	571	576	581	586	591	596	601	605
<b>-2</b>	517	521	526	530	535	539	544	548	553	557
<b>-3</b>	475	479	484	488	492	496	500	504	509	513
<b>-4</b>	437	441	444	448	452	456	460	464	468	471
<b>-5</b>	401	405	408	412	415	419	422	426	430	433
<b>-6</b>	368	371	375	378	381	384	388	391	394	398
<b>-7</b>	338	341	344	347	350	353	356	359	362	365
<b>-8</b>	309	312	315	318	320	323	326	329	332	335
<b>-9</b>	283	286	288	291	294	296	299	301	304	307
<b>-10</b>	259	262	264	266	269	271	274	276	278	281
<b>-11</b>	237	239	241	244	246	248	250	252	255	257
<b>-12</b>	217	219	221	223	225	227	229	231	233	235
<b>-13</b>	198	200	202	203	205	207	209	211	213	215
<b>-14</b>	181	182	184	186	187	189	191	193	194	196
<b>-15</b>	165	166	168	169	171	173	174	176	177	179

**Esercizio 32 (Esame del 14/07/2014)**

Una parete mono strato di un edificio esistente ha una resistenza termica di  $0,9 \text{ m}^2\text{K/W}$ , spessore di 45 cm e coefficiente di resistenza al passaggio del vapore ( $\mu$ ) pari a 9,65. Le resistenze termiche superficiali interne ed esterne sono rispettivamente pari a:  $R_{si} 0,13 \text{ m}^2\text{K/W}$  e  $R_{se} 0,04 \text{ m}^2\text{K/W}$ .

La parete separa un ambiente alla temperatura di  $20^\circ\text{C}$  e umidità relativa del 60% dall'ambiente esterno a  $-8^\circ\text{C}$  e umidità relativa dell'80%. Si calcoli e si verifichi:

- la trasmittanza termica della parete;
- se la parete presenta fenomeni di condensa superficiale;
- lo spessore di isolante da inserire sul lato interno della parete perché la trasmittanza termica della parete sia inferiore a  $0,43 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Si ipotizzi di inserire un materiale isolante con una conducibilità termica di  $0,04 \text{ W/mK}$  e coefficiente di resistenza al passaggio del vapore ( $\mu$ ) pari a 5;
- se la parete presenta fenomeni di condensa interstiziale dopo l'intervento di isolamento.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Trasmittanza termica della parete	0,93	$\text{W/m}^2\text{K}$
b1)	Temperatura superficiale interna della parete	16,6	$^\circ\text{C}$
b2)	La parete presenta fenomeni di condensa superficiale	NO	
c)	Lo spessore dell'isolante	5	cm
d1)	La parete presenta fenomeni di condensa interstiziale	SI	
d2)	Disegnare l'andamento delle temperature nella stratigrafia		

**Svolgimento**

a) 
$$U = \frac{1}{R_{si} + R + R_{se}} = \frac{1}{0,13 + 0,9 + 0,04} = \frac{1}{1,07} = 0,93 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = U \cdot (t_i - t_e) = h_i \cdot (t_i - t_{si}) = \frac{(t_i - t_{si})}{R_{si}}$$

b)  $t_{si} = t_i - U \cdot (t_i - t_e) \cdot R_{si} = 20 - 0,93 \cdot (20 + 8) \cdot 0,13 = 16,6^\circ\text{C}$

$$t_r \cong 11,5^\circ\text{C} \quad t_{si} > t_r \quad \text{no condensa}$$

c)  $R = \frac{1}{0,93} = 1,07 \text{ m}^2\text{K/W} \quad R_2 = \frac{1}{0,43} = 2,33 \text{ m}^2\text{K/W}$

$$\Delta R = 2,33 - 1,07 = 1,26 \text{ m}^2\text{K/W}$$

$$R = \frac{s}{\lambda} \quad 1,26 = \frac{s}{0,04} \quad s = 0,0504 \text{ m} \cong 5 \text{ cm}$$

$$t_{si} = t_i - U \cdot (t_i - t_e) \cdot R_{si} = 20 - 0,43 \cdot 28 \cdot 0,13 = 18,44^\circ\text{C}$$

d)  $t_{12} = t_{si} - U \cdot (t_i - t_e) \cdot R_1 = 18,44 - 0,43 \cdot 28 \cdot 1,26 = 3,3^\circ\text{C}$

$$t_{se} = t_e + U \cdot (t_i - t_e) \cdot R_{se} = -8 + 0,43 \cdot 28 \cdot 0,04 = -7,52^\circ\text{C}$$

$$Sd = \mu \cdot d$$

$$Sd_1 = 5 \cdot 0,05 = 0,25 \text{ m}$$

$$Sd_2 = 9,65 \cdot 0,45 = 4,34 \text{ m}$$

$$p_{vi} < p_{vs}$$

Corso di Fisica Tecnica Ambientale 2016-17 \_ Prof. V. Serra  
 Termoigrometria - Esercizi integrativi 19/12/2016

	$t$ [°C]	$p_{vs,j}$ [Pa]	$\Sigma S_d$ [m]
<i>superficie interna</i>	18,44	2115	0
<i>strato 1-2</i>	3,3	774	0,25
<i>superficie esterna</i>	-7,52	323	4,59

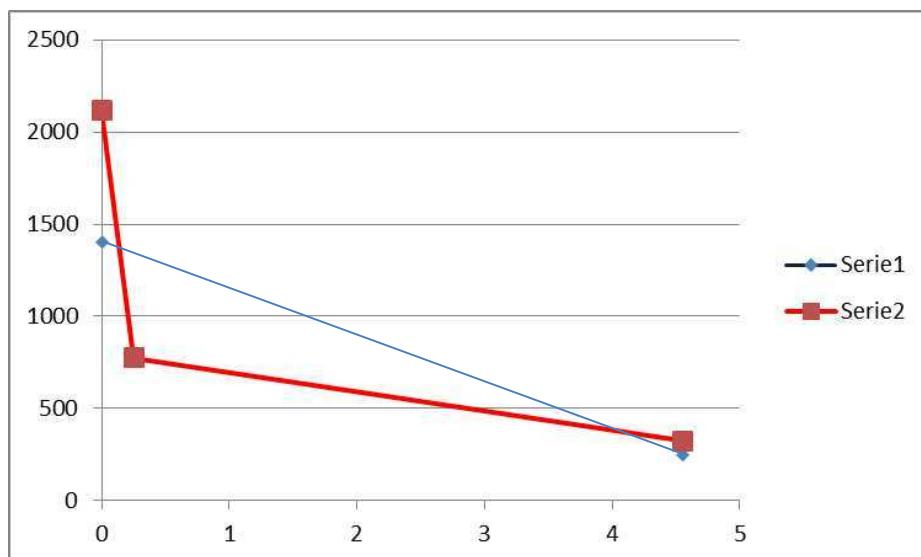
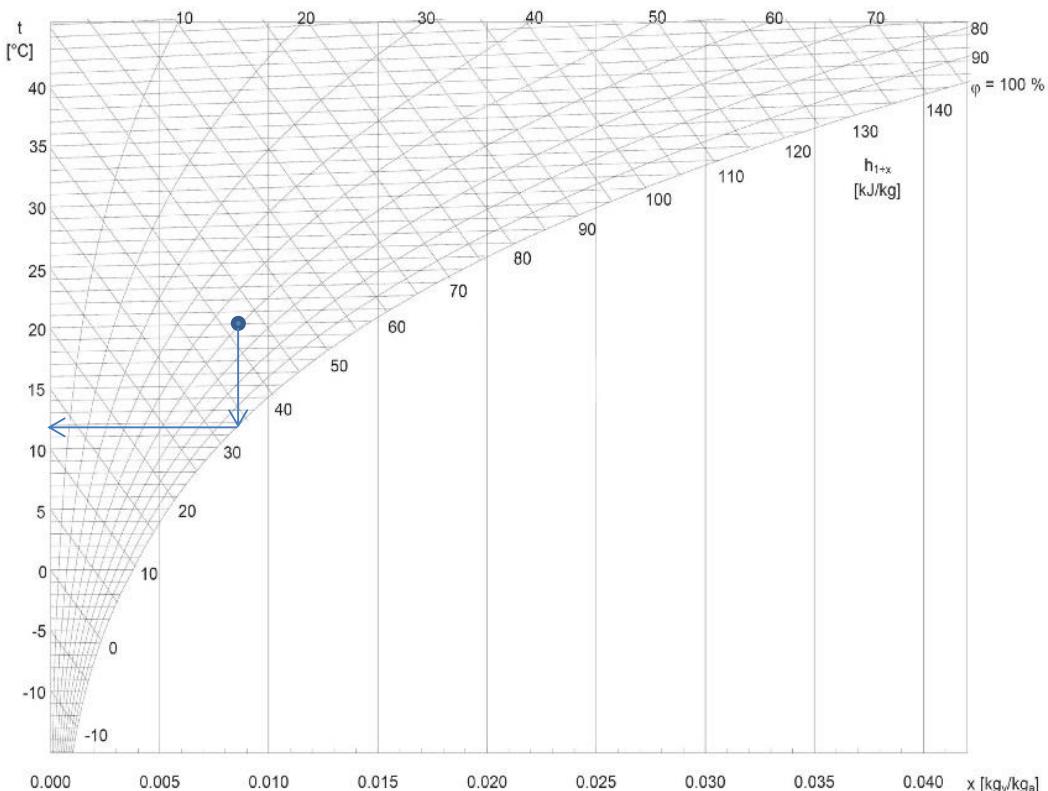
$$p_{vi} = U \cdot R_i \cdot p_{vs}(t_{ai})$$

$$p_{vi} = 0,60 \cdot 2337 = 1402,2 \text{ Pa}$$

$$p_{ve} = U \cdot R_e \cdot p_{vs}(t_{ae})$$

$$p_{ve} = 0,80 \cdot 309 = 247,2 \text{ Pa}$$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



XXXV

**Esercizio 33 (Esame del 01/09/2015)**

La parete di un garage uso taverna, costituita come da tabella sottostante, separa l'ambiente interno a 22°C e 60% di umidità relativa dall'esterno a -10°C e umidità relativa 80%.

Siano note le resistenze termiche superficiali  $R_{si}$  ed  $R_{se}$  pari rispettivamente a 0,13 e 0,04 m<sup>2</sup>K/W.

n°	Descrizione strato (dall'interno verso l'esterno)	s [m]	ρ [kg/m <sup>3</sup> ]	λ [W/mK]	c [kJ/kgK]	R [m <sup>2</sup> K/W]	μ [-]
1	Termointonaco	0,04	410	0,087	1		6
2	Mattoni pieni/pietrame	0,43	1600		0,84	0,33	10

Si determini:

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a1)	La trasmittanza termica della parete	1,042	W/m <sup>2</sup> K
a2)	La massa frontale della parete	704,4	kg/m <sup>2</sup>
a3)	La capacità termica frontale della parete	594,3	kJ/m <sup>2</sup> K
b)	Se si verifica condensa superficiale	No	
c)	Se si verifica condensa interstiziale	Si	

**Svolgimento**

a)  $U = \frac{1}{\frac{1}{hi} + \sum \frac{s}{\lambda} + \sum R + \frac{1}{he}} = \frac{1}{0,13 + \frac{0,04}{0,087} + 0,33 + 0,04} = 1,042 \text{ W/m}^2\text{K}$

$$MF = \sum \rho \cdot s = 410 \cdot 0,04 + 1600 \cdot 0,43 = 16,4 + 688 = 704,4 \text{ kg/m}^2$$

$$CF = \sum c \cdot \rho \cdot s = 1 \cdot 410 \cdot 0,04 + 0,84 \cdot 1600 \cdot 0,43 = 16,4 + 577,92 = 594,3 \text{ kg/m}^2$$

b)  $\frac{\dot{Q}}{A} = U \cdot \Delta t = 1,04 \cdot (22 + 10) = 33,28 \text{ W/m}^2$

$$\vartheta_{si} = \vartheta_{ai} - U \cdot (t_{ai} - t_{ae}) R_{si} = 22 - \frac{33,28}{0,13} = 17,67^\circ\text{C} > 14^\circ\text{C} \text{ (Mollier)} \rightarrow \text{no condensa}$$

$$\vartheta_{i2} = \vartheta_{si} - U \cdot (t_{ai} - t_{ae}) R_i = 17,67 - 1,042 \cdot 32 \cdot \frac{0,04}{0,087} = 2,34^\circ\text{C}$$

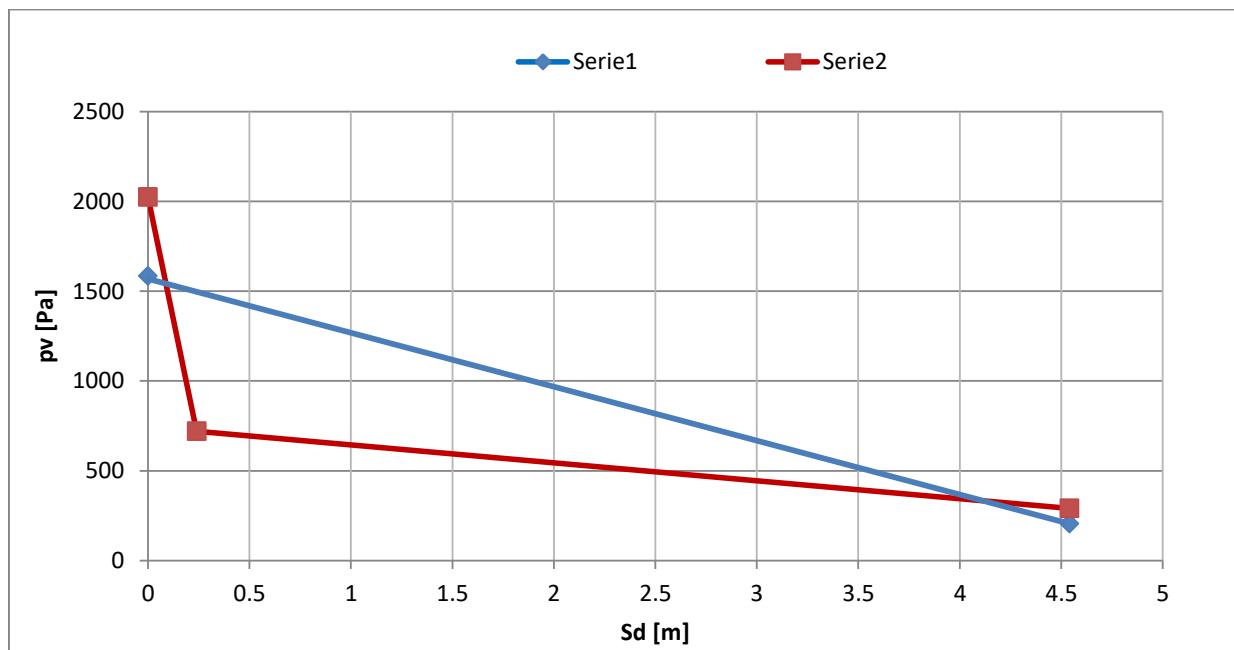
$$\vartheta_{se} = \vartheta_{ae} + U \cdot (t_{ai} - t_{ae}) R_{se} = -10 + 1,042 \cdot 32 \cdot 0,04 = -8,7^\circ\text{C}$$

$$p_{vi} = UR \cdot pvs(t) = 0,6 \cdot 2642 = 1585,2 \text{ Pa}$$

$$p_{ve} = UR \cdot pvs(t) = 0,8 \cdot 259 = 207 \text{ Pa}$$

$$sd1 = \mu_1 \cdot s_1 = 6 \cdot 0,04 = 0,24 \text{ m}$$

$$sd2 = \mu_2 \cdot s_2 = 10 \cdot 0,43 = 4,3 \text{ m}$$



#### Esercizio 34

Le pareti di un edificio esistente presentano la seguente stratigrafia:

Materiale	Spessore [cm]	Conducibilità termica [W/(mK)]	Resistenza termica [m <sup>2</sup> K/W]	Permeabilità al vapore [kg/(msPa)]
Intonaco esterno	1	0,9	-	$23,5 \cdot 10^{-12}$
Laterizio	18	-	0,2	$27 \cdot 10^{-12}$
Intonaco interno	1	0,7	-	$11,1 \cdot 10^{-12}$

Si considerino una temperatura di  $-8^{\circ}\text{C}$  e un'umidità relativa del 30% nell'ambiente esterno ed una temperatura di  $20^{\circ}\text{C}$  e un'umidità relativa del 50% nell'ambiente interno. Si assumano le resistenze superficiali interna ed esterna rispettivamente pari a  $0,13 \text{ m}^2\text{K/W}$  e  $0,04 \text{ m}^2\text{K/W}$ .

- Calcolare la trasmittanza e la permeanza della parete;
- Verificare se con le condizioni al contorno specificate si verifica condensa superficiale;
- Calcolare lo spessore di isolante necessario per avere una trasmittanza della parete di  $0,33 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .  
 Si assuma la conducibilità termica dell'isolante pari a  $0,035 \text{ W}/(\text{mK})$  e il coefficiente di resistenza alla diffusione del vapore di 50;
- Ponendo l'isolante sul lato esterno della parete verificare infine se esiste il rischio di condensa interstiziale.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a <sub>1</sub> )	Trasmittanza	2,53	$\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$
a <sub>2</sub> )	Permeanza	$1,14 \cdot 10^{-10}$	$\text{kg}/(\text{m}^2\text{sPa})$
b)	Condensa superficiale	Sì	
c)	Spessore isolante	9,2	cm
d)	Condensa interstiziale	No	

**Svolgimento**

a)  $\mathbf{U} = \frac{1}{R_{si} + \sum \frac{s}{\lambda} + R_{se}} = \frac{1}{0,13 + \frac{0,01}{0,9} + 0,2 + \frac{0,01}{0,7} + 0,04} = 2,53 \text{ W/m}^2\text{K}$

$$M = \frac{1}{\sum \frac{s}{\delta}} = \frac{1}{\frac{0,01}{23,5 \cdot 10^{-12}} + \frac{0,2}{27 \cdot 10^{-12}} + \frac{0,01}{11,1 \cdot 10^{-12}}} = 1,14 \cdot 10^{-10} \text{ kg/(m}^2\text{sPa)}$$

b)  $\frac{\dot{Q}}{A} = U(t_e - t_i) = 2,46(-28) = -70,81 \text{ W/m}^2$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_{si} - t_i)}{R_{si}} \rightarrow t_{si} = t_i + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot R_{si} = 20 - 70,81 \cdot 0,13 = 10,8 \text{ }^\circ\text{C}$$

Da diagramma di Mollier  $t_r = 12 \text{ }^\circ\text{C}$ .  $10,8 < 12 \text{ }^\circ\text{C}$  si verifica condensa superficiale.

c)  $s = \lambda \cdot \left( \frac{1}{U^*} - \frac{1}{U} \right) = 0,035 \cdot \left( \frac{1}{0,33} - \frac{1}{2,53} \right) = 0,092 \text{ m} \rightarrow 9,2 \text{ cm}$

d) Verifica della condensa interstiziale: Occorre verificare per ogni punto della parete che la pressione di vapore è minore della pressione di saturazione  $p_v < p_{vs}$

$$p_{vi} = \varphi_i \cdot p_{vs(tai)} = 0,5 \cdot 2337 = 1168,5 \text{ Pa}$$

$$p_{ve} = \varphi_e \cdot p_{vs(tae)} = 0,3 \cdot 309 = 92,7 \text{ Pa}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = U^*(t_e - t_i) = 0,33(-28) = -9,24 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_{si} - t_i)}{R_{si}} \rightarrow t_{si} = t_i + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot R_{si} = 20 - 9,24 \cdot 0,13 = 18,80 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_1 - t_{si})}{s_1/\lambda_1} \rightarrow t_1 = t_{si} + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{s_1}{\lambda_1} = 18,80 - 9,24 \cdot \frac{0,01}{0,7} = 18,67 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_2 - t_1)}{R_2} \rightarrow t_2 = t_1 + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot R_2 = 18,67 - 9,24 \cdot 0,2 = 16,82 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_3 - t_2)}{s_3/\lambda_3} \rightarrow t_3 = t_2 + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{s_3}{\lambda_3} = 16,82 - 9,24 \cdot \frac{0,01}{0,9} = 16,72 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_{se} - t_3)}{s_3/\lambda_3} \rightarrow t_{se} = t_3 + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{s_3}{\lambda_3} = 16,72 - 9,24 \cdot \frac{0,092}{0,035} = -7,57 \text{ }^\circ\text{C}$$

Oppure

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_{se} - t_e)}{R_{se}} \rightarrow t_{se} = t_e + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot R_{se} = -8 + 9,24 \cdot 0,04 = -7,63 \text{ }^\circ\text{C} \text{ (Meno approssimato del precedente)}$$

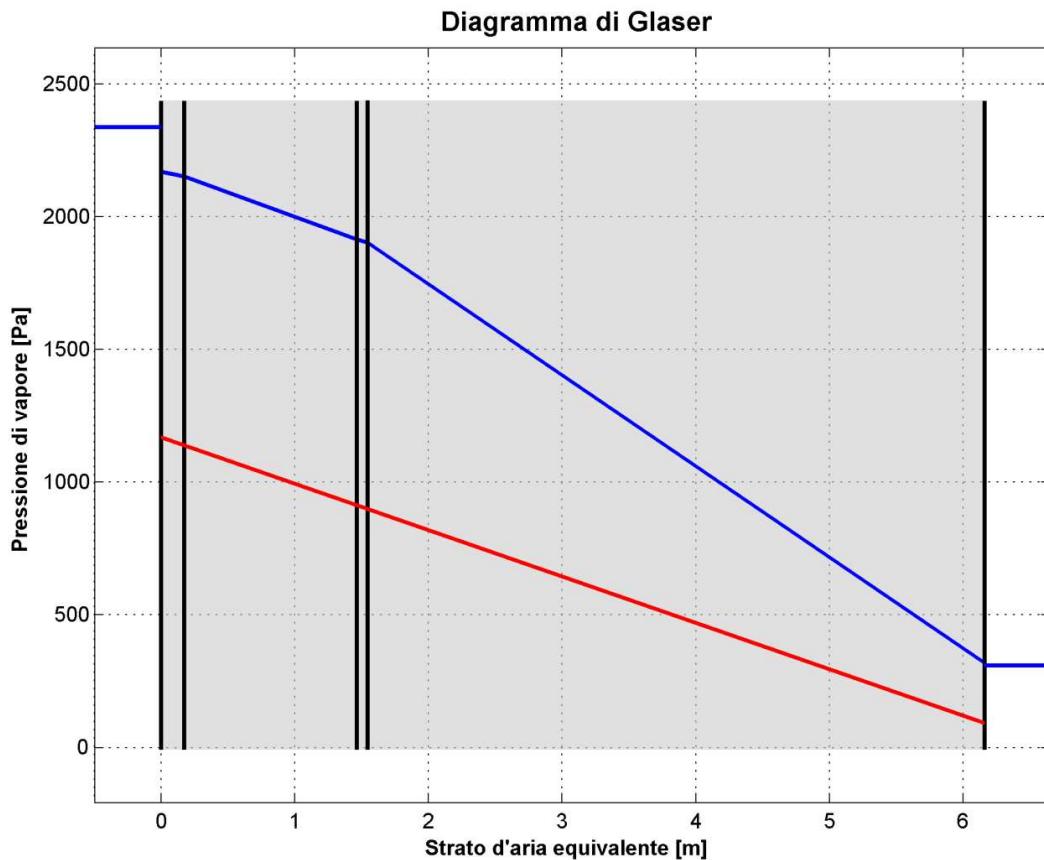
$$\mu_1 = \frac{\delta a}{\delta} = \frac{193 \cdot 10^{-12}}{11,1 \cdot 10^{-12}} = 17,39 \rightarrow Sd_1 = \mu \cdot d = 17,39 \cdot 0,01 = 0,17 \text{ m}$$

$$\mu_2 = \frac{\delta a}{\delta} = \frac{193 \cdot 10^{-12}}{27 \cdot 10^{-12}} = 7,15 \rightarrow Sd_2 = \mu \cdot d = 7,15 \cdot 0,18 = 1,29 \text{ m}$$

$$\mu_3 = \frac{\delta a}{\delta} = \frac{193 \cdot 10^{-12}}{23,5 \cdot 10^{-12}} = 8,21 \rightarrow Sd_3 = \mu \cdot d = 8,21 \cdot 0,01 = 0,08 \text{ m}$$

$$Sd_4 = \mu \cdot d = 50 \cdot 0,092 = 4,61 \text{ m}$$

	$t_j$ [°C]	$p_{vs,j}$ [Pa]	$S_d$ [m]	$\Sigma S_d$ [m]
<i>Nodo si</i>	18,80	2169	-	0
<i>Nodo 2</i>	18,67	2151	0,17	0,17
<i>Nodo 3</i>	16,82	1914	1,29	1,46
<i>Nodo 4</i>	16,72	1902	0,08	1,54
<i>Nodo se</i>	-7,63	319	4,61	6,15



### Esercizio 35

Le pareti di un edificio esistente presentano la seguente stratigrafia:

Materiale	Spessore [cm]	Conducibilità termica [W/(mK)]	Resistenza termica [m <sup>2</sup> K/W]	Densità [kg/m <sup>3</sup> ]	Calore specifico [J/(kgK)]	Permeabilità al vapore [kg/(msPa)]
Intonaco esterno	1	0,9	-	1800	840	$23,5 \cdot 10^{-12}$
Laterizio	18	-	0,2	2000	840	$27 \cdot 10^{-12}$

Si considerino una temperatura di -8°C e un'umidità relativa del 30% nell'ambiente esterno ed una temperatura di 20°C e un'umidità relativa del 50% nell'ambiente interno. Si assumano le resistenze superficiali interna ed esterna rispettivamente pari a 0,13 m<sup>2</sup>K/W e 0,04 m<sup>2</sup>K/W.

- Calcolare la trasmittanza e la permeanza della parete;
- Calcolare la massa frontale e la capacità termica frontale della parete;

- c) Verificare se con le condizioni al contorno specificate si verifica condensa superficiale;
- d) Aggiungendo sul lato interno della parete uno strato di 10 cm di isolante, verificare infine se esiste il rischio di condensa interstiziale. Si assuma la conducibilità termica dell'isolante pari a 0,038 W/(mK) e il coefficiente di resistenza alla diffusione del vapore di 1,3.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a <sub>1</sub> )	Trasmittanza	2,62	W/(m <sup>2</sup> K)
a <sub>2</sub> )	Permeanza	1,28 10 <sup>-10</sup>	kg/(m <sup>2</sup> sPa)
b <sub>1</sub> )	Massa frontale	378	kg/m <sup>2</sup>
b <sub>2</sub> )	Capacità termica frontale	317,52	kJ/(m <sup>2</sup> K)
c)	Condensa superficiale	Sì	
d)	Condensa interstiziale	Sì	

### Svolgimento

a)  $\mathbf{U} = \frac{1}{R_{si} + \sum \frac{s}{\lambda} + R_{se}} = \frac{1}{0,13 + \frac{0,01}{0,9} + 0,2 + 0,04} = 2,62 \text{ W/m}^2\text{K}$

$$M = \frac{1}{\sum \frac{s}{\delta}} = \frac{1}{\frac{0,01}{23,5 \cdot 10^{-12}} + \frac{0,18}{27 \cdot 10^{-12}}} = 1,28 \cdot 10^{-10} \text{ kg/(m}^2\text{sPa)}$$

b)  $MF = \sum_i \rho_i s_i = 1800 \cdot 0,01 + 2000 \cdot 0,18 = 378 \text{ kg/m}^2$

$$CF = \sum_i \rho_i s_i c_i = 378 \cdot 840 = 317,52 \text{ kJ/(m}^2\text{K)}$$

c)  $\frac{\dot{Q}}{A} = U(t_e - t_i) = 2,62(-28) = -73,36 \text{ W/m}^2$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_{si} - t_i)}{R_{si}} \rightarrow t_{si} = t_i + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot R_{si} = 20 - 73,36 \cdot 0,13 = 10,46 \text{ }^\circ\text{C}$$

Da diagramma di Mollier  $t_r = 12 \text{ }^\circ\text{C}$ .  $10,46 < 12 \text{ }^\circ\text{C}$  si verifica condensa superficiale.

- d) Verifica della condensa interstiziale: Occorre verificare per ogni punto della parete che la pressione di vapore è minore della pressione di saturazione  $p_v < p_{vs}$

$$p_{vi} = \varphi_i \cdot p_{vs(tai)} = 0,5 \cdot 2337 = 1168,5 \text{ Pa}$$

$$p_{ve} = \varphi_e \cdot p_{vs(tae)} = 0,3 \cdot 309 = 92,7 \text{ Pa}$$

$$U^* = \frac{1}{R_{si} + \sum \frac{s}{\lambda} + R_{se}} = \frac{1}{0,13 + \frac{0,01}{0,9} + 0,2 + \frac{0,1}{0,038} + 0,04} = 0,33 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = U^*(t_e - t_i) = 0,34(-28) = -9,24 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_{si} - t_i)}{R_{si}} \rightarrow t_{si} = t_i + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot R_{si} = 20 - 9,24 \cdot 0,13 = 18,80 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_2 - t_{si})}{s_2/\lambda_2} \rightarrow t_2 = t_{si} + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{s_2}{\lambda_2} = 18,80 - 9,24 \cdot \frac{0,1}{0,038} = -5,52 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_3 - t_2)}{R_3} \rightarrow t_3 = t_2 + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot R_3 = -5,52 - 9,24 \cdot 0,2 = -7,37^\circ\text{C}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{(t_{se} - t_3)}{s_4 / \lambda_4} \rightarrow t_{se} = t_3 + \frac{\dot{Q}}{A} \cdot \frac{s_4}{\lambda_4} = -7,37 - 9,24 \cdot \frac{0,01}{0,9} = -7,47^\circ\text{C}$$

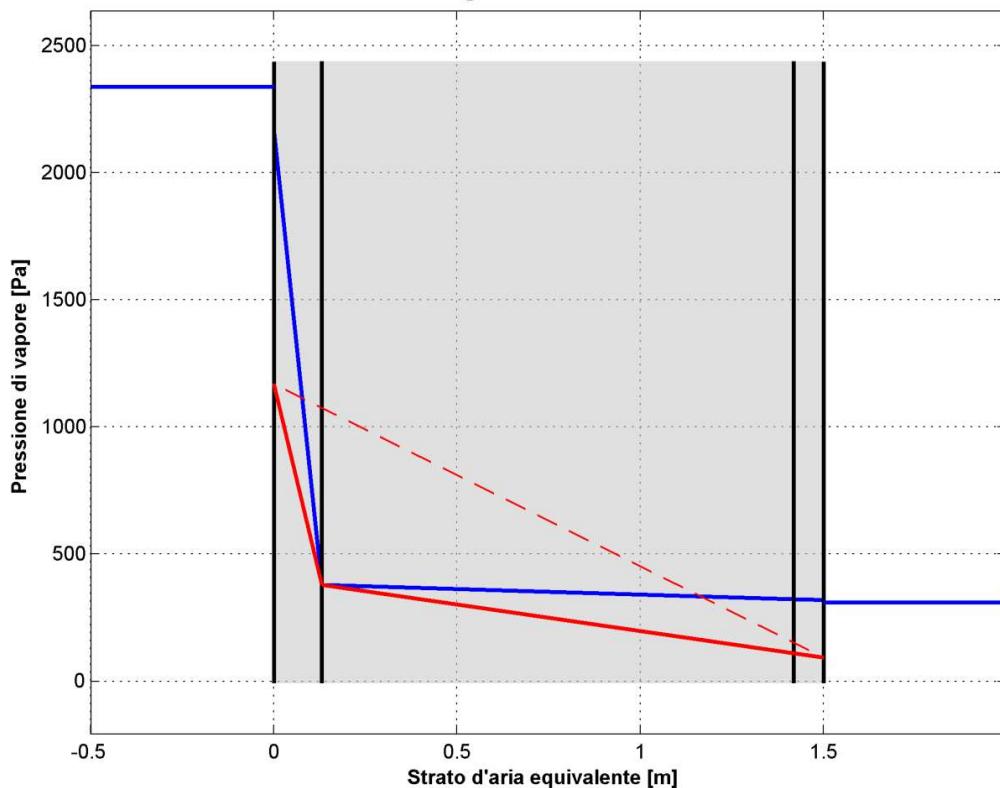
$$Sd_1 = \mu \cdot d = 1,3 \cdot 0,10 = 0,13m$$

$$\mu_2 = \frac{\delta a}{\delta} = \frac{193 \cdot 10^{-12}}{27 \cdot 10^{-12}} = 7,15 \rightarrow Sd_2 = \mu \cdot d = 7,15 \cdot 0,18 = 1,29m$$

$$\mu_3 = \frac{\delta a}{\delta} = \frac{193 \cdot 10^{-12}}{23,5 \cdot 10^{-12}} = 8,21 \rightarrow Sd_3 = \mu \cdot d = 8,21 \cdot 0,01 = 0,08m$$

	$t_j$ [°C]	$p_{vs,j}$ [Pa]	Sd [m]	$\Sigma Sd$ [m]
Nodo si	18,80	2169	-	0
Nodo 2	-5,52	384	0,13	0,13
Nodo 3	-7,37	326	1,29	1,42
Nodo se	-7,47	323	0,08	1,50

Diagramma di Glaser



**Corso di Fisica Tecnica Ambientale 2016-17 \_ Prof. V. Serra**  
**Termoigrometria - Esercizi integrativi 19/12/2016**

<i>pressione di saturazione in funzione della temperatura (Pa)</i>	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
<i>θ in °C</i>	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
30	4241	4265	4289	4314	4339	4364	4389	4414	4439	4464
29	4003	4026	4050	4073	4097	4120	4144	4168	4192	4216
28	3778	3800	3822	3844	3867	3889	3912	3934	3957	3980
27	3563	3584	3605	3626	3648	3669	3691	3712	3734	3756
26	3359	3379	3399	3419	3440	3460	3480	3501	3522	3542
25	3166	3185	3204	3223	3242	3261	3281	3300	3320	3340
24	2982	3000	3018	3036	3055	3073	3091	3110	3128	3147
23	2808	2825	2842	2859	2876	2894	2911	2929	2947	2964
22	2642	2659	2675	2691	2708	2724	2741	2757	2774	2791
21	2486	2501	2516	2532	2547	2563	2579	2594	2610	2626
20	2337	2351	2366	2381	2395	2410	2425	2440	2455	2470
19	2196	2210	2224	2238	2252	2266	2280	2294	2308	2323
18	2063	2076	2089	2102	2115	2129	2142	2155	2169	2182
17	1937	1949	1961	1974	1986	1999	2012	2024	2037	2050
16	1817	1829	1841	1852	1864	1876	1888	1900	1912	1924
15	1704	1715	1726	1738	1749	1760	1771	1783	1794	1806
14	1598	1608	1619	1629	1640	1650	1661	1672	1683	1693
13	1497	1507	1517	1527	1537	1547	1557	1567	1577	1587
12	1402	1411	1420	1430	1439	1449	1458	1468	1477	1487
11	1312	1321	1330	1338	1347	1356	1365	1374	1383	1393
10	1227	1236	1244	1252	1261	1269	1278	1286	1295	1303
9	1147	1155	1163	1171	1179	1187	1195	1203	1211	1219
8	1072	1080	1087	1094	1102	1109	1117	1124	1132	1140
7	1001	1008	1015	1022	1029	1036	1043	1050	1058	1065
6	935	941	948	954	961	967	974	981	988	994
5	872	878	884	890	897	903	909	915	922	928
4	813	819	824	830	836	842	848	854	860	866
3	757	763	768	774	779	785	790	796	801	807
2	705	710	715	721	726	731	736	741	747	752
1	656	661	666	671	676	680	685	690	695	700
0	611	615	619	624	629	633	638	642	647	652
-1	562	567	571	576	581	586	591	596	601	605
-2	517	521	526	530	535	539	544	548	553	557
-3	475	479	484	488	492	496	500	504	509	513
-4	437	441	444	448	452	456	460	464	468	471
-5	401	405	408	412	415	419	422	426	430	433
-6	368	371	375	378	381	384	388	391	394	398
-7	338	341	344	347	350	353	356	359	362	365
-8	309	312	315	318	320	323	326	329	332	335
-9	283	286	288	291	294	296	299	301	304	307
-10	259	262	264	266	269	271	274	276	278	281
-11	237	239	241	244	246	248	250	252	255	257
-12	217	219	221	223	225	227	229	231	233	235
-13	198	200	202	203	205	207	209	211	213	215
-14	181	182	184	186	187	189	191	193	194	196
-15	165	166	168	169	171	173	174	176	177	179

**Esercizio 36** (*Esame del 04/07/2013*)

Un locale a pianta quadrata di lato 5 m ed altezza 3 m ha una parete che confina con l'ambiente esterno alla temperatura di  $-6^{\circ}\text{C}$ . Su questa parete è presente una finestra con vetrocamera ad un'anta. Le dimensioni del vetrocamera sono  $0,5 \times 1,20 \text{ m}$  e l'area del telaio è di  $0,3 \text{ m}^2$ . La trasmittanza del vetro è di  $1,2 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , la trasmittanza del telaio è  $2,2 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e la trasmittanza termica lineica del ponte termico dovuto al distanziale vale  $0,11 \text{ W}/(\text{mK})$ . La parete ha una trasmittanza termica di  $1,30 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . All'interno del locale, la cui temperatura è di  $20^{\circ}\text{C}$ , sono presenti 3 persone che svolgono lavoro leggero. Gli apporti solari all'interno dell'ambiente sono di  $115 \text{ W}$  quando l'irradianza incidente sulla finestra vale  $260 \text{ W/m}^2$ .

Si chiede di calcolare:

1. la trasmittanza della finestra;
2. la potenza termica sensibile e latente prodotta dagli occupanti;
3. la portata di vapore acqueo prodotta dagli occupanti;
4. la potenza termica dispersa attraverso l'involucro;
5. la potenza termica fornita dall'impianto per mantenere la temperatura di  $20^{\circ}\text{C}$  nell'ambiente;
6. il fattore di trasmissione solare totale della finestra (g).

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	la trasmittanza della finestra	1,95	$\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$
b1)	la potenza termica sensibile prodotta dagli occupanti	390	W
b2)	la potenza termica latente prodotta dagli occupanti	315	W
c)	la portata di vapore acqueo prodotta dagli occupanti	$1,24 \cdot 10^{-4}$	kg/s
d)	la potenza termica dispersa attraverso l'involucro	-522,2	W
e)	la potenza termica fornita dall'impianto per mantenere la temperatura di $20^{\circ}\text{C}$ nell'ambiente	17,2	W
f)	il fattore di trasmissione solare totale della finestra (g)	0,74	-

Attività	Emissione termica (W)	Temperatura ambiente ( $^{\circ}\text{C}$ )									
		15		20		22		24		26	
		sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)
Seduto	115	100	15	90	25	80	35	75	40	65	50
Lavoro in ufficio	140	110	30	100	40	90	50	80	60	70	70
In cammino	160	120	40	110	50	100	60	85	75	75	85
Lavoro leggero	235	150	85	130	105	115	120	100	135	90	155
Lavoro medio	265	160	105	140	125	125	140	105	160	90	175
Lavoro pesante	440	220	220	190	250	165	275	135	305	105	335

**Svolgimento**

a)  $A_w = 0,3 + 0,6 = 0,9 \text{ m}^2$

$A_g = 0,5 \cdot 1,2 = 0,6 \text{ m}^2$

$A_f = 0,3 \text{ m}^2$

$L = 2 \cdot (0,5 + 1,2) = 3,40 \text{ m}$

$$U_w = \frac{A_g U_g + A_f U_f + \Psi L}{A_w} =$$

$$= \frac{0,60 \cdot 1,2 + 0,30 \cdot 2,2 + 0,11 \cdot 3,40}{0,9} = \frac{0,72 + 0,66 + 0,374}{0,9} = \frac{1,754}{0,90} = 1,95 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

b1,2)  $\Phi_{I,S} = 3 \cdot 130 = 390W$

$\Phi_{I,L} = 3 \cdot 105 = 315W$

c)  $\dot{m}_v = \frac{\Phi_{I,L}}{2534} = \frac{315 \cdot 10^{-3}}{2534} = 1,24 \cdot 10^{-4} kg/s$

d)  $\Phi_{op} = U_{op} A_{op} (t_i - t_e) = 1,3 \cdot (15 - 0,9) \cdot (20 - (-6)) = 476,6W$

$\Phi_w = U_w A_w (t_i - t_e) = 1,95 \cdot 0,9 \cdot (20 - (-6)) = 45,6W$

$\Phi_T = \Phi_{op} + \Phi_w = 476,6 + 45,6 = 522,2W$

e)  $\Phi_H = -\Phi_T - \Phi_{I,S} - \Phi_S = 522,2 - 390 - 115 = 17,2W$

f)  $\Phi_S = g \cdot A_g \cdot I \rightarrow g = \frac{\Phi_S}{A_g \cdot I} = \frac{115}{0,60 \cdot 260} = 0,74$

### Esercizio 37

Un ambiente avente superficie di pavimento pari a  $24 m^2$  è occupato da 3 persone che producono ciascuna una potenza termica sensibile di 95 W e una portata di vapore di 60 g/h. L'ambiente è inoltre attrezzato con apparecchiature che producono complessivamente una potenza termica sensibile pari a  $15 W/m^2$  (riferita all'area di pavimento). Un impianto di climatizzazione immette in ambiente una portata d'aria incognita con entalpia specifica pari a 56 kJ/kg, al fine di mantenere in ambiente una temperatura di  $22^\circ C$  e un'umidità relativa del 60% quando all'esterno la temperatura è  $3^\circ C$ . L'ambiente è delimitato da un involucro disperdente di  $60 m^2$ , avente una trasmittanza termica media pari a  $0,8 W/(m^2 K)$ . Si trascurino gli apporti solari. Si chiede di determinare:

1. l'entalpia specifica dell'aria interna;
2. la potenza termica globale (sensibile + latente) prodotta dalle sorgenti interne di calore (persone + apparecchiature);
3. la portata d'aria immessa in ambiente dall'impianto di climatizzazione.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Entalpia specifica dell'aria interna	47,2	kJ/kg
b)	Potenza termica globale prodotta dalle sorgenti interne	772,1	W
c)	Portata d'aria immessa dall'impianto	0,016	kg/s

### Svolgimento

a)  $p_{vs}(22^\circ C) = 2642 Pa$

$$x_i = 0,622 \cdot \frac{p_{vs}(t_i) \cdot \phi_i}{p - p_{vs}(t_i) \cdot \phi_i} = 0,622 \cdot \frac{2642 \cdot 0,6}{101325 - 2642 \cdot 0,6} = 0,0099 \frac{kg_v}{kg_a}$$

$$h_i = (c_{p,a} + x_i c_{p,v}) \cdot t_i + r_0 \cdot x_i = (1 + 0,0099 \cdot 1,9) \cdot 22 + 2500 \cdot 0,0099 = 47,2 \frac{kJ}{kg}$$

- b) Persone:

$\Phi_{I,S,pers} = 3 \cdot 95 = 285W$

$$\Phi_{I,L,pers} = \dot{m}_{V,I} \cdot h_{V,I} = 3 \cdot 60 \cdot \frac{0,001}{3600} \cdot 2541,8 \cdot 10^3 = 127,1W$$

$$h_{V,I} = c_{p,v} \cdot t_i + r_0 = 1,9 \cdot 22 + 2500 = 2541,8 \frac{kJ}{kg}$$

Apparecchi:

$$\Phi_{I,S,app} = 15 \cdot 24 = 360W$$

$$\Phi_{I,TOT} = \Phi_{I,S,pers} + \Phi_{I,L,pers} + \Phi_{I,S,app} = 285 + 127,1 + 360 = 772,1W$$

c) Bilancio di energia:

$$\begin{aligned} \dot{m}_a \cdot (h_s - h_i) + \Phi_{I,TOT} + \Phi_T + \Phi_{sd} + \Phi_H &= 0 \\ \dot{m}_a = \frac{-\Phi_{I,TOT} - \Phi_T}{(h_s - h_i)} &= \frac{-772,1 + 912}{(56000 - 47200)} = 0,016 \frac{kg}{s} \\ \Phi_T = U_m \cdot A \cdot (t_e - t_i) &= 0,8 \cdot 60 \cdot (3 - 22) = -912W \end{aligned}$$

### Esercizio 38 (Esame del 25/02/2013)

Una camera da letto di pianta quadrata (lato 3 m e altezza netta interna 3 m) presenta una parete esposta a sud e il soffitto disperdenti. La parete verticale verso l'ambiente esterno ha una finestra di lato 1 m e base 1,2 m, con trasmittanza termica globale di 2 W/m<sup>2</sup>K. La parete è costituita dalla seguente stratigrafia:

dal lato esterno verso l'interno	s	$\lambda$	R
	[cm]	[W/mK]	[m <sup>2</sup> K/W]
Intonaco di calce	2	1,4	
Mattone semipieno	12		0,19
Pannello in fibra di cocco	12	0,043	
Mattone semipieno	12		0,19
Intonaco di calce e gesso	1	0,7	

Il soffitto ha una trasmittanza termica di 0,4 W/m<sup>2</sup>K. Si consideri la presenza di un ponte termico tra la parete e la finestra con trasmittanza termica lineica di 0,35 W/mK. Si ipotizzi che nell'ambiente sia mantenuta la temperatura di 20 °C e che all'esterno ci siano -8°C. Nell'ambiente è previsto un ricambio d'aria orario di 0,5 vol/h.

Considerare la resistenza termica superficiale interna pari a 0,13 m<sup>2</sup>K/W e quella esterna a 0,04 m<sup>2</sup>K/W.

Si determini:

- a) La trasmittanza termica della parete opaca
- b) Il flusso termico disperso per trasmissione attraverso l'involucro
- c) Il flusso termico disperso per ventilazione
- d) Il carico termico invernale di progetto
- e) Nel caso in cui nella camera siano presenti due persone sedute, si determini la portata di vapore acqueo prodotta in ambiente

Attività	Emissione termica (W)	Temperatura ambiente (°C)									
		15		20		22		24		26	
		sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)
Seduto	115	100	15	90	25	80	35	75	40	65	50
Lavoro in ufficio	140	110	30	100	40	90	50	80	60	70	70
In cammino	160	120	40	110	50	100	60	85	75	75	85
Lavoro leggero	235	150	85	130	105	115	120	100	135	90	155
Lavoro medio	265	160	105	140	125	125	140	105	160	90	175
Lavoro pesante	440	220	220	190	250	165	275	135	305	105	335

### Svolgimento

a)

$$U = \frac{1}{R_{si} + \sum \frac{s}{\lambda} + R_{se}} = \frac{1}{0,13 + 0,19 \cdot 2 + \frac{0,02}{1,4} + \frac{0,12}{0,043} + \frac{0,01}{0,7} + 0,04} = 0,30 \text{ W/m}^2\text{K}$$

b)

$$\dot{Q} = \sum U \cdot A \cdot \Delta t + l \cdot \varphi \cdot \Delta t$$

$$\Delta t = 20 + 8 = 28^\circ\text{C} \quad A_w = 1,2 \text{ m}^2 \quad A_{opaco} = 9 - 1,2 = 7,8 \text{ m}^2 \quad A_p = 9 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q} = 0,4 \cdot 9 \cdot 28 + 0,30 \cdot 7,8 \cdot 28 + 2 \cdot 1,2 \cdot 28 + 0,35 \cdot (1 \cdot 2 + 1,2 \cdot 2) \cdot 28 = 276,6 \text{ W}$$

c)

$$\dot{Q}_v = 0,35 \cdot n \cdot V \cdot \Delta t$$

$$\dot{Q}_v = 0,35 \cdot 0,5 \cdot 27 \cdot 28 = 132,3 \text{ W}$$

d)

$$\dot{Q}_H = \dot{Q} + \dot{Q}_v = 132,3 + 276,6 = 408,9 \text{ W}$$

e)

$$\phi il = 25 \cdot 2 = 50 \text{ W} = 0,05 \text{ kW}$$

$$m_{il} = \frac{\phi il}{hv} = \frac{0,05}{2538} = 0,197 \cdot 10^{-4} \text{ kg/s}$$

$$hv = c_{pv} \cdot t + r_0 = 2500 + 1,9 \cdot 20 = 2538 \text{ kJ/kg}$$

**Esercizio 39**

Un recipiente alto 8 m è dedicato allo stoccaggio di acqua piovana. Calcolare la pressione assoluta sul fondo.

**Svolgimento**

$$\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h + p_o = 1000 \cdot 9,81 \cdot 8 + 101325 = 7880 + 101325 = 179805 \text{ Pa} \cong 180000 \text{ Pa}$$

**Esercizio 40**

Su una parete di una vasca contenente acqua è posto un fondello circolare di raggio 50 cm, il cui centro si trova a 10 m dalla superficie. Calcolare quanto vale la forza che agisce sul centro del fondello.

**Svolgimento**

$$\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 9,81 \cdot 10 = 98100 \text{ Pa} = 98100 \text{ N/m}^2$$

$$p = \frac{F}{S} \rightarrow F = p \cdot S = 98100 \cdot 0,785 = 77008 \text{ N}$$

$$S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0,5^2 = 0,785 \text{ m}^2$$

**Esercizio 41**

Verificare se il moto in un condotto circolare di diametro 2 cm, nel quale scorre acqua a una velocità di 0,05 m/s, è laminare o turbolento, considerando una viscosità cinematica dell'acqua di  $1,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

**Svolgimento**

$$N_{Re} = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{0,05 \cdot 0,02}{1,8 \cdot 10^{-6}} = 555,6$$

Moto laminare perché  $N_{Re} < 2000$

**Esercizio 42 (Esame del 29/06/2011)**

In un condotto circolare a sezione costante lungo 120 metri fluisce una portata di acqua ( $v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) pari a 36000 kg/h; la velocità del fluido nella tubazione è pari a 4 m/s. Tra le due sezioni terminali della tubazione, ambedue a pressione atmosferica, vi è un dislivello di 45 metri. Sapendo che la scabrezza assoluta del condotto è pari a  $2,24 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ , calcolare:

- a) il diametro della tubazione;
- b) le perdite di pressione;
- c) la prevalenza della pompa che permette di superare il dislivello (espressa in Pascal);
- d) la potenza elettrica della pompa, considerando un rendimento pari a 0,90.

Si trascurino le perdite di carico concentrate.

a)

$$\dot{m} = 36.000 \text{ kg/h}$$

$$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot A [\text{kg / s}]$$

$$A = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot v}$$

$$\rho_{\text{acqua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$A = \frac{36000 / 3600}{1000 \cdot 4} = 0,0025 \text{ m}^2$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,0025}{\pi}} = 0,028 \text{ m}$$

$$D = 2 \cdot r = 0,028 \cdot 2 = 0,056 \text{ m}$$

b)

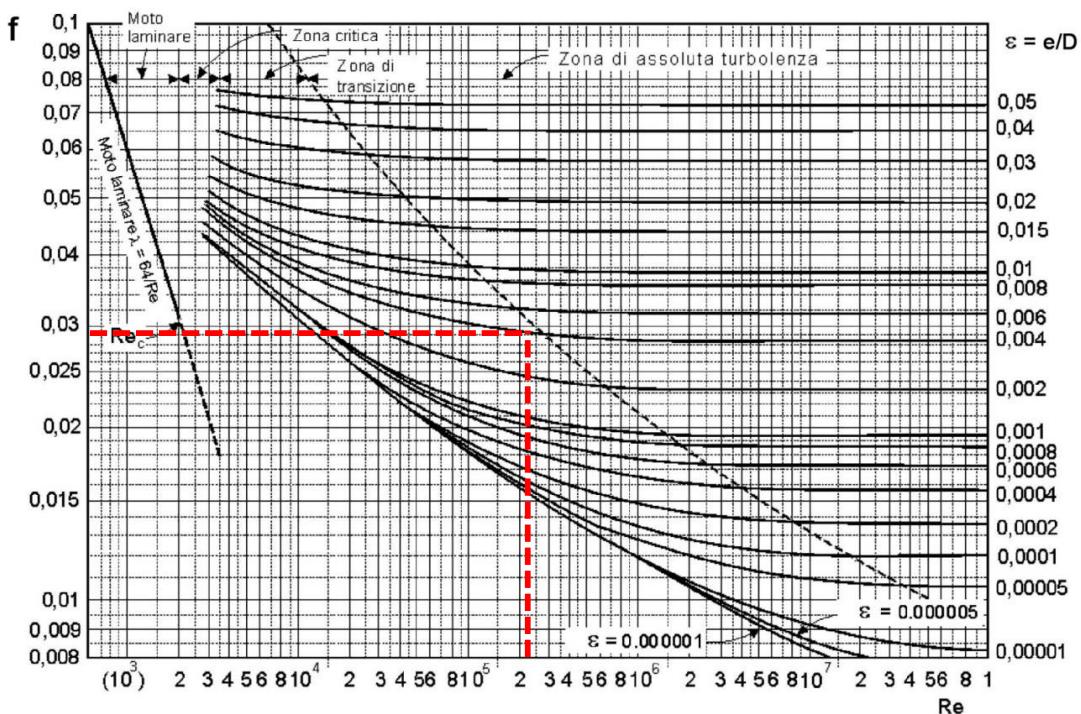
$$\Delta p_{12} = \Delta p_{\text{distribuite}} = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$N_{re} = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{4 \cdot 0,056}{10^{-6}} = 224000$$

$N_{re} > 4000$  moto turbolento

$$\epsilon = \frac{e}{D} = \frac{2,24 \cdot 10^{-4}}{0,056} = 0,004$$

DIAGRAMMA DI MOODY



$$f_{\text{moody}} = 0,029$$

$$\Delta p_{12} = \Delta p_{distribuite} = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 0,029 \cdot \frac{120}{0,056} \cdot 1000 \cdot \frac{4^2}{2} = 497142,8 \text{ Pa}$$

c)

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{1}{2} \cdot v_1^2 \cdot \rho + \Delta p_{pompa} = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \cdot \rho + \Delta p_d$$

$$p_1 = p_2$$

$$\Delta p_{pompa} = \rho \cdot g \cdot \Delta z + \Delta p_d = 1000 \cdot 9,81 \cdot 45 + 497142,8 = 938592,8 \text{ Pa}$$

d)

$$Wel = \Delta p_{pompa} \cdot \dot{V} / \eta = \frac{938592,8 \cdot 0,01}{0,9} = 10428,8 \text{ W} = 10,4 \text{ kW}$$

$$\dot{V} \text{ portata in volume fluido} = \dot{m} / \rho = 10 / 1000 = 0,01 \text{ m}^3 / \text{s}$$

**Esercizio 43** (Esame del 24/02/2012)

In un condotto orizzontale a sezione circolare costante lungo 265 m fluisce una portata d'acqua di 55 m<sup>3</sup>/h. Il diametro del condotto ( $\mu = 5,8 \cdot 10^{-3}$  kg/ms;  $e = 0,24$  mm) è pari a 12 cm. Sapendo che la pressione nella sezione 1 è pari a 0,9 bar e che è necessario considerare una perdita concentrata ( $\beta = 2,5$ ) dovuta alla presenza di una resistenza nel condotto, calcolare:

- a) la velocità del fluido nel condotto;
- b) la pressione nella sezione 2;
- c) la prevalenza che deve avere una pompa per portare la pressione della sezione 2 a 54000 Pa;
- d) la potenza meccanica della pompa.

**Svolgimento**

a)

$$\dot{V} = 55 \text{ m}^3 / \text{h} = \frac{55}{3600} = 0,0153 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0,06^2 = 0,0113 \text{ m}^2$$

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{0,0153}{0,0113} = 1,35 \text{ m/s}$$

b)

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{1}{2} \cdot v_1^2 \cdot \rho = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \cdot \rho + \Delta p_{12}$$

$$p_2 = p_1 - \Delta p_{12}$$

$$p_1 = 0,9 \text{ bar} = 0,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{12} = \Delta p_c + \Delta p_d$$

$$\Delta p_d = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$\Delta p_c = \beta \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}$$

$$N_{re} = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu} = \frac{1000 \cdot 1,35 \cdot 0,12}{5,8 \cdot 10^{-3}} = 27931,0 \approx 2,8 \cdot 10^4$$

$N_{re} > 4000$  moto turbolento

$$\varepsilon = \frac{e}{D} = \frac{0,24 \cdot 10^{-3}}{0,12} = 0,002$$

$$f = 0,03$$

$$\Delta p_d = 0,03 \cdot \frac{265}{0,12} \cdot 1000 \cdot \frac{1,35^2}{2} = 60370,3 Pa$$

$$\Delta p_c = 2,5 \cdot \frac{1000 \cdot 1,35^2}{2} = 2278,1 Pa$$

$$p_2 = 0,9 \cdot 10^5 - (60370,3 + 2278,1) = 27351,6 Pa$$

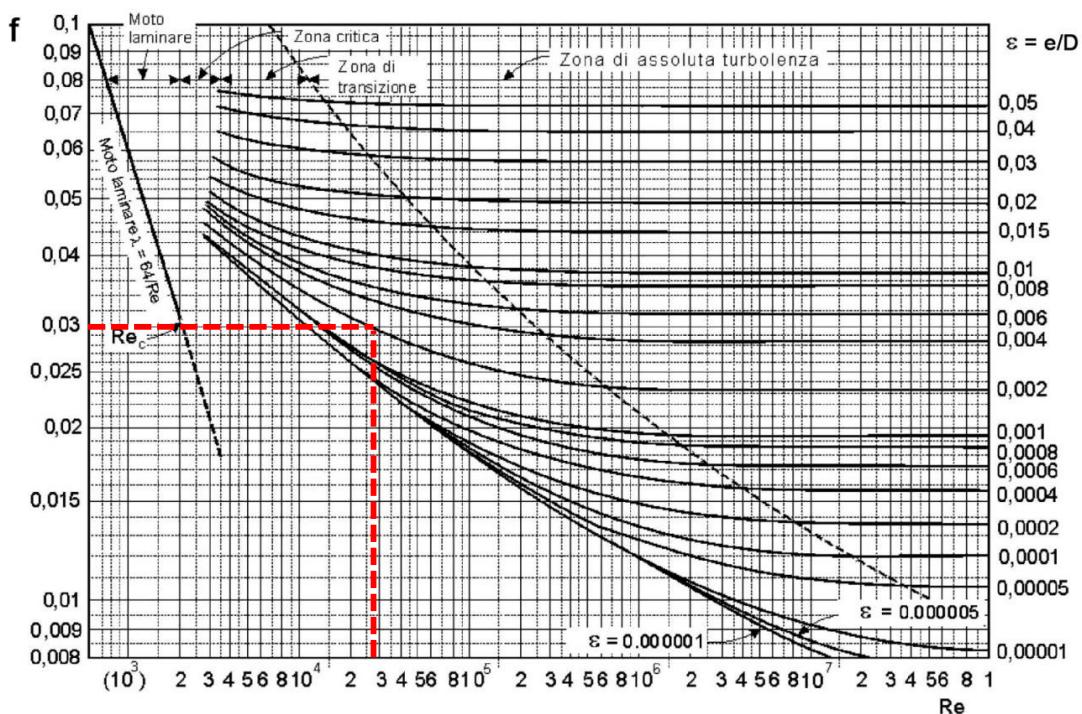
c)

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 + \frac{1}{2} \cdot v_1^2 \cdot \rho + \Delta p_{pompa} = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 + \frac{1}{2} \cdot v_2^2 \cdot \rho + \Delta p_{12}$$

$$\Delta p_{pompa} = p_2 + \Delta p_{12} - p_1 = 54000 + (60370,3 + 2278,1) - 0,9 \cdot 10^5 = 26648,4 Pa$$

d)  $W_{meccanica} = \Delta p_{pompa} \cdot \dot{V} = 26648,4 \cdot 0,0153 = 407,7 kW$

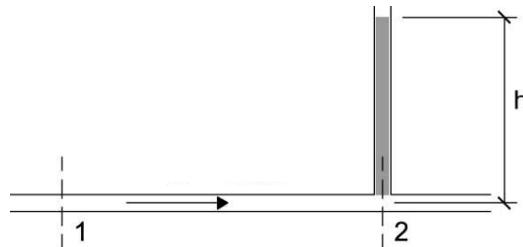
DIAGRAMMA DI MOODY



**Esercizio 44** (Esame del 20/07/2011)

Nel condotto orizzontale di lunghezza pari a 65 metri e di raggio pari a 3 cm scorre una portata d'olio pari a 18.000 litri/h. La viscosità cinematica dell'olio è pari a  $\nu = 2 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup>/s, mentre la sua densità è pari a 900 kg/m<sup>3</sup>. Nella sezione 1 la pressione relativa dell'olio è  $p_1 = 200.000$  Pa. Determinare:

- a) la velocità del fluido nel condotto;
- b) il tipo di moto;
- c) le perdite di pressione nel tratto 1-2;
- d) di quanto sale l'olio nel ramo verticale nell'ipotesi che questo comunichi con l'atmosfera.



**Svolgimento**

$$L = 65\text{m}$$

$$r = 3\text{cm} = 0,03\text{m}$$

$$\dot{V} = 18000 \text{ l/h} = 18 \text{ m}^3/\text{h} = 0,005 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$D = 0,06 \text{ m}$$

a)

$$\nu = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{0,005}{0,0028} = 1,786 \text{ m/s}$$

b)

$$N_{Re} = (v \cdot D) / \nu = (1,786 \cdot 0,06) / 2 \cdot 10^{-4} = 0,107 / 2 \cdot 10^{-4} = 535,8 < 2300 \rightarrow \text{moto laminare}$$

c)

$$\text{Per moto laminare } f = 64/N_{Re} = 64/535,8 = 0,119$$

$$\Delta p_{1,2} = f \cdot (L/D) \cdot \rho \cdot (v^2/2) = 0,119 \cdot (65/0,06) \cdot 900 \cdot (1,786^2/2) = 0,119 \cdot 1083,33 \cdot 900 \cdot 1,59 = 185048 \text{ Pa}$$

d)

Si applica il principio di Stevino:

$$p_2 = \rho g h$$

Per trovare  $p_2$  si applica il principio di Bernoulli nel tratto 1-2:

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p_{1,2}$$

$z_1 = z_2$  perché asse orizzontale

$v_1 = v_2$  perché sezione costante

$$p_1 = p_2 + \Delta p_{1,2}$$

$$p_2 = p_1 - \Delta p_{1,2} = 200000 - 185048 = 14952 \text{ Pa}$$

$$h = p_2 / (\rho \cdot g) = 14952 / (900 \cdot 9,81) = 14952 / 8829 = 1,69 \text{ m}$$

# **Corso di Fisica Tecnica Ambientale**

## **03AXZPM**

**2016-17**

*Raccolta esercizi*

*1° periodo didattico*

*Prof. V. Serra*

### Esercizio 1 – Conduzione termica

Una piastra di rame spessa 3,5 cm presenta una differenza di temperatura tra le facce di 10 °C. La piastra trasmette 50 kW attraverso un'area di 0,5 m<sup>2</sup>.

Calcolare la conducibilità del rame.

#### Svolgimento

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\lambda \cdot (\Delta t)}{s} \quad \frac{50000}{0,5} = \frac{\lambda}{0,035} \cdot 10 \quad \lambda = 350 \text{ W/mK}$$

### Esercizio 2 – Conduzione termica

Una parete è composta da tre strati di materiale diverso, con diverso spessore e conducibilità termica:

- strato di intonaco ( $s_1 = 0,02 \text{ m}$ ;  $\lambda_1 = 0,9 \text{ W/mK}$ );
- strato di isolante termico ( $s_2 = 0,08 \text{ m}$ ;  $\lambda_2 = 0,04 \text{ W/mK}$ );
- strato di cls ( $s_3 = 0,2 \text{ m}$ ;  $\lambda_3 = 1,6 \text{ W/mK}$ ).

Calcolare:

- la temperatura  $t_{1,2}$  della superficie di contatto tra gli strati 1 e 2;
- la temperatura  $t_{s3}$  della superficie dello strato 3.

Sono date: la temperatura superficiale dello strato 1,  $t_{s1}$ , 20 °C; la temperatura della superficie di contatto tra gli strati 2 e 3,  $t_{2,3}$ , 10 °C.

Calcolare inoltre:

- la resistenza termica della parete;
- la conduttanza termica della parete.

Tracciare infine il profilo della temperatura all'interno della parete.

#### Svolgimento

Poiché si è in regime stazionario, cioè le grandezze (temperature e flussi termici) sono indipendenti dal tempo, si può scrivere:

$$\frac{\dot{Q}}{A_{s_1-s_3}} = \frac{\dot{Q}}{A_{s_1-1,2}} = \frac{\dot{Q}}{A_{1,2-2,3}} = \frac{\dot{Q}}{A_{2,3-s_3}} = \frac{\dot{Q}}{A_{1,2-s_3}} = \frac{\dot{Q}}{A_{s_1-2,3}}$$

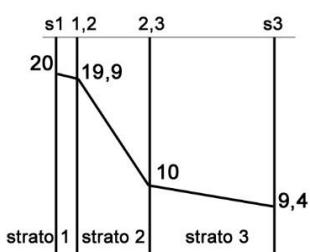
$$\frac{\dot{Q}}{A_{s_1-2,3}} = \frac{1}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2}} \cdot (t_{s_1} - t_{2,3}) = \frac{1}{\frac{0,02}{0,9} + \frac{0,08}{0,04}} \cdot (20 - 10) = 4,9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A_{s_1-1,2}} = \frac{1}{\frac{s_1}{\lambda_1}} \cdot (t_{s_1} - t_{1,2}) \rightarrow t_{1,2} = t_{s_1} - \frac{\dot{Q}}{A_{s_1-2,3}} \cdot \frac{s_1}{\lambda_1} = 20 - 4,9 \cdot \frac{0,02}{0,9} = 19,9 \text{ °C}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A_{2,3-s_3}} = \frac{1}{\frac{s_3}{\lambda_3}} \cdot (t_{2,3} - t_{s_3}) \rightarrow t_{s_3} = t_{2,3} - \frac{\dot{Q}}{A_{s_1-2,3}} \cdot \frac{s_3}{\lambda_3} = 10 - 4,9 \cdot \frac{0,2}{1,6} = 9,4 \text{ °C}$$

Oppure:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Q}}{A_{s_1-2,3}} &= \frac{1}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3}} \cdot (t_{s_1} - t_{s_3}) \rightarrow t_{s_3} = t_{s_1} - \frac{\dot{Q}}{A_{s_1-2,3}} \cdot \left( \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} \right) \\ &= 20 - 4,9 \cdot \left( \frac{0,02}{0,9} + \frac{0,08}{0,04} + \frac{0,2}{1,6} \right) = 9,5 \text{ °C} \end{aligned}$$



$$R = \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} = \frac{0,02}{0,9} + \frac{0,08}{0,04} + \frac{0,2}{1,6} = 2,147 \approx 2,15 \frac{m^2 \circ C}{W}$$

$$C = \frac{1}{R} = \frac{1}{2,147} = 0,47 \frac{W}{m^2 \circ C}$$

### Esercizio 3 - Conduzione termica

Un muro a facce piane parallele è composto di 3 strati:

- il primo di mattoni con  $\lambda_1 = 0,8 \text{ W/(m } \circ \text{C)}$  di spessore  $s_1 = 0,26 \text{ m};$
- il secondo di materiale isolante con  $\lambda_2 = 0,034 \text{ W/(m } \circ \text{C)}$  di spessore  $s_2 = 0,12 \text{ m};$
- il terzo di mattoni di finitura con  $\lambda_3 = 1,1 \text{ W/(m } \circ \text{C)}$  di spessore  $s_3 = 0,03 \text{ m.}$

Determinare il flusso termico per unità di superficie ed il profilo delle temperature avendosi sulle superfici esterne rispettivamente le temperature  $t_1 = 24 \text{ } \circ \text{C}$  e  $t_2 = -4 \text{ } \circ \text{C.}$

### Svolgimento

$$R = \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3} = \frac{0,26}{0,8} + \frac{0,12}{0,034} + \frac{0,03}{1,1} = 3,88 \text{ } m^2 K / W$$

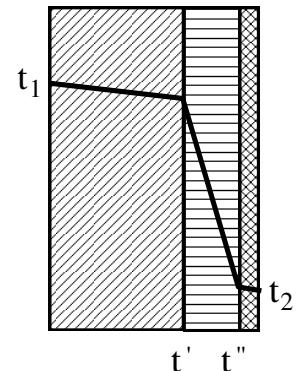
$$C = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3}} = \frac{1}{\frac{0,26}{0,8} + \frac{0,12}{0,034} + \frac{0,03}{1,1}} = \frac{1}{3,88} = 0,26 \text{ } W / m^2 K$$

$$\frac{\dot{Q}}{A_{1,2}} = \frac{\dot{Q}}{A_{1,3}} = \frac{\dot{Q}}{A_{2,3}} = \frac{\dot{Q}}{A_{3,4}} = \frac{\dot{Q}}{A_{1,4}}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A_{1,3}} = C \cdot (t_1 - t_3) = 0,26 \cdot (24 + 4) = 7,21 \text{ } W/m^2$$

$$\frac{\dot{Q}}{A_{1,2}} = \frac{s_1}{\lambda_1} \cdot (t_1 - t') \rightarrow t' = t_1 - \frac{\dot{Q}}{A_{1,2}} \cdot \frac{s_1}{\lambda_1} = 24 - 7,21 \cdot \frac{0,26}{0,8} = 21,66 \text{ } \circ \text{C}$$

$$\frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} = \frac{s_2}{\lambda_2} \cdot (t' - t'') \rightarrow t'' = t' - \frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} \cdot \frac{s_2}{\lambda_2} = 21,66 - 7,21 \cdot \frac{0,12}{0,034} = -3,8 \text{ } \circ \text{C}$$



### Esercizio 4 – Convezione termica

Un tubo orizzontale di acqua calda del diametro di 8 cm attraversa un grande ambiente alla temperatura di  $18 \text{ } \circ \text{C}$  per un tratto lungo 6 m. Se la temperatura della superficie esterna del tubo è  $70 \text{ } \circ \text{C}$  e la potenza termica dispersa dal tubo per convezione naturale è 785 W, calcolare il coefficiente di scambio termico convettivo sulla superficie esterna.

### Svolgimento

$$\dot{Q} = h_c \cdot A \cdot (t_s - t_i)$$

$$h_c = \frac{\dot{Q}}{A \cdot (t_s - t_i)} = \frac{785}{1,51 \cdot (70 - 18)} = 9,99 \cong 10 \text{ W/m}^2 \text{K}$$

$$A = d \cdot \pi \cdot l = 0,08 \cdot \pi \cdot 6 = 1,51 \text{ m}^2$$

### Esercizio 5 – Convezione termica

Una parete piana perimetrale di un edificio disperde per convezione verso l’ambiente esterno un flusso termico specifico di  $40 \text{ W/m}^2$ . Si ipotizzi che la temperatura esterna sia  $2^\circ\text{C}$ . Determinare la temperatura superficiale esterna della parete, dato il coefficiente di scambio termico convettivo pari a  $15 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ .

#### Svolgimento

$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_c \cdot (t_{se} - t_e)$$

$$t_{se} = \frac{\dot{Q}}{A} / h_c + t_e = 40 / 15 + 2 = 4,666 \approx 4,7^\circ\text{C}$$

### Esercizio 6 – Convezione termica

Una persona presenta una temperatura superficiale della pelle di  $34^\circ\text{C}$ . Calcolare:

- lo scambio termico per convezione tra la persona e l’aria ad una temperatura di  $20^\circ\text{C}$ ;
- lo scambio termico per convezione tra la persona immersa in un lago e l’acqua alla temperatura di  $20^\circ\text{C}$ .

Si ipotizzi un coefficiente di scambio termico convettivo con l’aria di  $4,5 \text{ W/m}^2\text{K}$  e con l’acqua di  $30 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

#### Svolgimento

$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_c \cdot (t_p - t_a)$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = 4,5 \cdot (34 - 20) = 63 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = 30 \cdot (34 - 20) = 420 \text{ W/m}^2$$

### Esercizio 7 – Conduzione termica

Una parete di un forno è costituita da uno strato interno di materiale refrattario e da uno strato esterno di isolante. Il materiale isolante non può superare i  $300^\circ\text{C}$ . Lo strato di materiale refrattario, con  $\lambda_r = 0,93 \text{ W/(m°C)}$ , ha spessore 24 cm.

Quale dovrà essere lo spessore dell’isolante a contatto con il refrattario affinché il flusso disperso sia minimo? Quanto vale tale flusso? Sono note la conduttività dell’isolante  $\lambda_{isolante} = 0,12 \text{ W/m°C}$  e le temperature superficiali della parete, rispettivamente pari a  $800^\circ\text{C}$  (interno) e  $20^\circ\text{C}$  (esterno).

#### Svolgimento

$$\frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} = \frac{\lambda_r}{s_r} (t_1 - t_2) = \frac{0,93}{0,24} \cdot (800 - 300) = 1937,5 \text{ W/m}^2$$

Siccome si è in condizioni stazionarie:

$$\dot{q}_{1,2} = \dot{q}_{2,3} = \dot{q}_{1,3}$$

$$\dot{q}_{2,3} = \frac{\dot{Q}_{23}}{A} = \frac{\lambda_{isolante}}{s_{isolante}} (t_2 - t_3) \rightarrow 1937,5 = \frac{0,12}{s_{isolante}} (300 - 20) \rightarrow s_{isolante} = 0,017 \text{ m}$$

### Esercizio 8 – Conduzione termica

Una parete è composta da due strati paralleli, il primo in muratura di mattoni dello spessore  $s_1$  di 30 cm e l'altro di materiale isolante dello spessore  $s_2$  di 10 cm.

Note le temperature  $t_1 = 40^\circ\text{C}$  e  $t_3 = 5^\circ\text{C}$  delle facce esterne della parete determinare l'andamento della temperatura all'interno della parete e la temperatura della superficie di separazione tra mattoni e isolante. Assumere  $\lambda_1 = 0,93 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$  per lo strato di mattoni e  $\lambda_2 = 0,06 \text{ W}/(\text{m}^\circ\text{C})$  per lo strato isolante e considerare sia il caso in cui l'isolante sia posto dal lato più caldo sia il caso in cui sia dal lato opposto.

#### Svolgimento

$$\dot{q}_{1,2} = \dot{q}_{2,3} = \dot{q}_{1,3}$$

(solo se in condizioni stazionarie, come espresso nel testo dell'esercizio)

$$\frac{\dot{Q}_{1,3}}{A} = \frac{(t_1 - t_3)}{\left( \frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} \right)} = \frac{(40 - 5)}{\left( \frac{0,3}{0,93} + \frac{0,1}{0,06} \right)} = 17,6 \text{ W/m}^2$$

Per il caso A

$$\frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} = \frac{(t_1 - t_2)}{\left( \frac{s_2}{\lambda_2} \right)} \rightarrow t_2 = t_1 - \frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} \cdot \frac{s_2}{\lambda_2} = 40 - 17,6 \cdot \frac{0,1}{0,06} = 10,7^\circ\text{C}$$

Per il caso B

$$\frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} = \frac{(t_1 - t_2)}{\left( \frac{s_1}{\lambda_1} \right)} \rightarrow t_2 = t_1 - \frac{\dot{Q}_{1,2}}{A} \cdot \frac{s_1}{\lambda_1} = 40 - 17,6 \cdot \frac{0,3}{0,93} = 34,3^\circ\text{C}$$

In alternativa:

Per il caso A

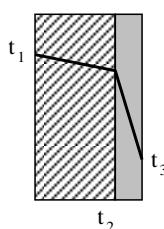
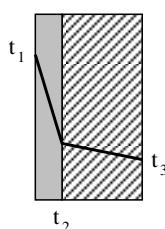
$$\frac{\dot{Q}_{2,3}}{A} = \frac{(t_2 - t_3)}{\left( \frac{s_1}{\lambda_1} \right)} \rightarrow t_2 = t_3 + \frac{\dot{Q}_{2,3}}{A} \cdot \frac{s_1}{\lambda_1} = 5 + 17,6 \cdot \frac{0,3}{0,93} = 10,7^\circ\text{C}$$

Per il caso B

$$\frac{\dot{Q}_{2,3}}{A} = \frac{(t_2 - t_3)}{\left( \frac{s_2}{\lambda_2} \right)} \rightarrow t_2 = t_3 + \frac{\dot{Q}_{2,3}}{A} \cdot \frac{s_2}{\lambda_2} = 5 + 17,6 \cdot \frac{0,1}{0,06} = 34,3^\circ\text{C}$$

(A)

(B)



- 1)  $t_{2A} = 10,7^\circ\text{C}$
- 2)  $t_{2B} = 34,3^\circ\text{C}$

**Esercizio 9 – Convezione termica**

Un elemento riscaldante a forma di piastra quadrata di lato 1 m e spessore trascurabile è disposto verticalmente in un ambiente in cui vi è aria in quiete alla temperatura di 20 °C ed alla pressione atmosferica. Valutare la potenza termica trasmessa per convezione all'aria nei due casi di temperatura superficiale della piastra di 50 °C e di 80 °C. Sono noti i coefficienti di scambio termico convettivo nei due casi, pari rispettivamente a 4,5 W/(m<sup>2</sup> °C) ed a 5,4 W/(m<sup>2</sup> °C).

**Svolgimento**

$$\dot{Q}_1 = A \cdot h_{c1} \cdot (t_1 - t_a) = 1 \cdot 4,5 \cdot (50 - 20) = 135W$$

$$\dot{Q}_2 = A \cdot h_{c2} \cdot (t_2 - t_a) = 1 \cdot 5,4 \cdot (80 - 20) = 324W$$

**Esercizio 10 – Irraggiamento termico**

Calcolare il flusso termico scambiato per irraggiamento da un tetto piano a 5°C e avente emissività 0,7 con la volta celeste a 250 K. Considerando le stesse condizioni al contorno calcolare il flusso termico per irraggiamento scambiato dal tetto con la volta celeste dopo averlo trattato con una vernice basso emissiva ( $\epsilon=0,2$ ). Si consideri la volta celeste come un corpo nero, il fattore di vista ( $F_{12}$ ) pari a 1 e il fattore  $F_\epsilon=\epsilon$ .

**Svolgimento**

$$T_1 = 5 + 273,15 = 278,15K$$

$$\dot{Q}_r / A = F_{12} \cdot \epsilon \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) = 1 \cdot 0,7 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (278,15^4 - 250^4) = 82,5W / m^2$$

$$\dot{Q}_r / A = F_{12} \cdot \epsilon \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) = 1 \cdot 0,2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (278,15^4 - 250^4) = 23,6W / m^2$$

**Esercizio 11 – Irraggiamento termico**

Due superfici nere di area unitaria a temperatura di 500 °C e 1500 °C scambiano una potenza termica pari a 250 kW. Calcolare il fattore di vista e il coefficiente di scambio termico per irraggiamento ( $h_r$ ).

**Svolgimento**

$$\dot{Q} = A \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$250000 = 1 \cdot F_{12} \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot ((1500 + 273,15)^4 - (500 + 273,15)^4)$$

$$F_{12} = 250000 / (1 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot ((1500 + 273,15)^4 - (500 + 273,15)^4))$$

$$F_{12} = 0,463$$

$$\dot{Q} = A \cdot h_r \cdot (T_1 - T_2)$$

$$h_r = \dot{Q} / (A \cdot (T_1 + T_2))$$

$$h_r = 250000 / (1 \cdot ((1500 + 273,15) - (500 + 273,15))) = 250W / m^2 K$$

**Esercizio 12 – Irraggiamento termico**

Siano 1 e 2 le facce piane parallele di due corpi opachi distanti fra loro 0.20 m e aventi un'area di 60 m<sup>2</sup>. Dette facce si comportano come corpi neri e il mezzo interposto può essere considerato trasparente.

Le temperature delle facce 1 e 2 siano costanti e valgano t<sub>1</sub> = 60 °C e t<sub>2</sub> = 15 °C rispettivamente. Determinare approssimativamente la potenza scambiata per irraggiamento tra le due facce.

**Svolgimento**

$$\dot{Q} = F_{12} \cdot F_\epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$$F_\epsilon = 1$$

$$F_{12} = 1$$

$$\dot{Q} = 1 \cdot 1 \cdot 60 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot ((333,15)^4 - (288,15)^4) = 18454,1W$$

**Esercizio 13 – Irraggiamento termico**

Si consideri un isolante termico costituito da sottili fogli di alluminio disposti parallelamente a piccole distanze, collegati da opportuni sostegni; si supponga che la trasmissione del calore avvenga solo per irraggiamento e che:

- le superfici di alluminio affacciate, considerabili grigie, abbiano una emissività di 0,15
- la distanza tra i fogli sia piccola rispetto all'area dei fogli stessi
- le temperature superficiali estreme del pannello siano rispettivamente 130 °C e 30 °C.

Calcolare, nei casi in cui il pannello sia costituito rispettivamente da 2 e da 3 fogli, la potenza termica dispersa per unità di superficie.

**Svolgimento**

Per due superfici piane parallele e infinite :

$$F_\varepsilon = \left( \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)^{-1}$$

$$F_\varepsilon = \frac{1}{\left( \frac{1}{0,15} + \frac{1}{0,15} - 1 \right)} = 0,081$$

$$\frac{\dot{Q}_{2\text{fogli}}}{A} = \sigma \cdot F_{12} \cdot F_\varepsilon \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot 0,081 \cdot ((130 + 273,15)^4 - (30 + 273,15)^4) = \\ = 82,5 \text{W/m}^2$$

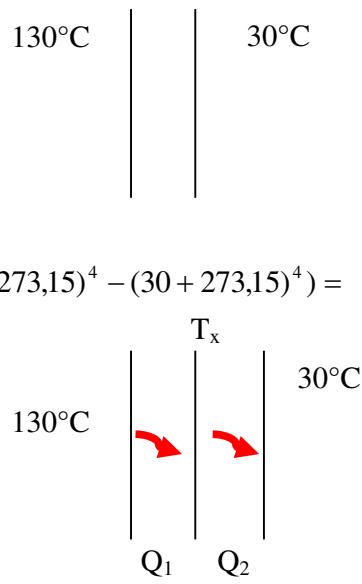
$$\frac{\dot{Q}_1}{A} = \frac{\dot{Q}_2}{A}$$

$$\begin{cases} \frac{\dot{Q}_1}{A} = \sigma \cdot F_{12} \cdot F_{\varepsilon 1} \cdot (T_1^4 - T_x^4) \\ \frac{\dot{Q}_2}{A} = \sigma \cdot F_{23} \cdot F_{\varepsilon 2} \cdot (T_1^4 - T_x^4) \end{cases}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} \cdot \left( \frac{1}{\sigma F_{\varepsilon 1}} + \frac{1}{\sigma F_{\varepsilon 2}} \right) = T_1^4 - T_x^4 + T_x^4 + T_2^4$$

$$se F_{\varepsilon 1} = F_{\varepsilon 2}$$

$$\frac{\dot{Q}_{3\text{fogli}}}{A} = \frac{\sigma F_\varepsilon}{2} \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \frac{1}{2} \frac{\dot{Q}_1}{A} = 41,25 \text{W/m}^2$$



**Esercizio 14 – Irraggiamento termico** (Y.A. Cengel cap 18, 18.12)

Due piastre parallele molto grandi sono mantenute a temperature uniformi  $T_1 = 600\text{K}$  e  $T_2 = 400\text{K}$  e hanno emissività  $\varepsilon=0,5$  e  $\varepsilon=0,9$ , rispettivamente. Si determini la potenza termica netta scambiata per irraggiamento tra le due superfici, riferita all'unità di area delle piastre.

**Soluzione**

La formula è:

$$T_1 = 600\text{ K}$$

$$\frac{\dot{Q}_{irr}}{A} = F_{12} \cdot F_\varepsilon \cdot \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad \text{con: } F_\varepsilon = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

$$T_2 = 400\text{ K}$$

$$\varepsilon_1 = 0,5$$

$F_{12} = 1$  perché la loro distanza è piccolissima rispetto alla loro estensione quindi tutta la radiazione emessa da una viene intercettata dall'altra, in entrambi i sensi ( $F_{1 \rightarrow 2}$  e  $F_{2 \rightarrow 1}$  sono uguali tra loro e pari a 1)

$$\varepsilon_2 = 0,9$$

$$\frac{\dot{Q}_{irr}}{A} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \frac{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (600^4 - 400^4)}{\frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,9} - 1} = 2793,2 \text{ W/m}^2$$

**Esercizio 15 – Irraggiamento termico** (Y.A. Cengel cap 18, 18.2A)

Determinare la potenza termica scambiata per irraggiamento all'interno di una stanza avente dimensioni in pianta  $5\text{m} \times 4\text{m}$  ed altezza  $3\text{m}$ , tra il pavimento, avente emissività  $0,9$  e mantenuto a  $25^\circ\text{C}$  dai pannelli radianti in esso contenuti, ed il soffitto avente temperatura superficiale di  $15^\circ\text{C}$  (Si consideri  $F_{12}=1$  e  $F_\varepsilon=\varepsilon$ ).

**Soluzione**

$$A = 5\text{m} \cdot 4\text{m} = 20\text{ m}^2$$

$$L = 3\text{ m}$$

$$\varepsilon_{pavimento} = 0,9$$

$$t_{pavimento} = 25^\circ\text{C} \rightarrow 273,15 + 25 = 298,15\text{K}$$

$$t_{soffitto} = 15^\circ\text{C} \rightarrow 273,15 + 15 = 288,15\text{K}$$

Flusso scambiato tra un corpo grigio e la cavità concava nel quale si trova. Considerando il pavimento come oggetto in un ambiente possiamo scrivere:

$$\phi_{1,2} = F_\varepsilon F_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

$$\dot{Q}_{irr} = A \cdot F_\varepsilon \cdot F_{12} \cdot \sigma \cdot (T_{pav}^4 - T_{soff}^4) = 20 \cdot 0,9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (298,15^4 - 288,15^4) = 1028,8 \text{ W}$$

**Esercizio 16 – Irraggiamento termico - Convezione termica**

Una lampada sferica di diametro  $20\text{ cm}$  è collocata al centro di una stanza e disperde nell'ambiente un flusso termico di  $300\text{ W}$ . Sono date la temperatura dell'aria nella stanza,  $20^\circ\text{C}$ , la temperatura superficiale della lampada,  $150^\circ\text{C}$ , e la temperatura superficiale delle pareti,  $15^\circ\text{C}$ . Si chiede di calcolare i coefficienti di scambio termico per convezione e per irraggiamento. L'emissività della lampada e delle pareti sono rispettivamente,  $0,8$  e  $1$ , il che implica secondo la geometria del problema  $F_\varepsilon=\varepsilon_{lampada}=0,8$ .

### Svolgimento

$$T_{\text{lamp}} (\text{K}) = t_{\text{lamp}} (\text{°C}) + 273,15 = 150 + 273,15 = 423,15 \text{ K}$$

$$T_{\text{par}} (\text{K}) = t_{\text{par}} (\text{°C}) + 273,15 = 15 + 273,15 = 288,15 \text{ K}$$

$$T_{\text{aria}} (\text{K}) = t_{\text{aria}} (\text{°C}) + 273,15 = 20 + 273,15 = 293,15 \text{ K}$$

$$A_{\text{lamp}} = 4r^2 \cdot \pi = 4 \cdot 0,1^2 \cdot \pi = 0,126 \text{ m}^2$$

$$\dot{Q}_r = \dot{Q}_{\text{lamp-par}} = F_{\varepsilon \text{lamp}} \cdot F_{\text{lamp-par}} \cdot A_{\text{lamp}} \cdot \sigma \cdot (T_{\text{lamp}}^4 - T_{\text{par}}^4) = 0,8 \cdot 1 \cdot 0,126 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (423,15^4 - 288,15^4) = 143,8 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_c = \dot{Q}_{\text{lamp-aria}} = \dot{Q}_r - \dot{Q}_r = 300 - 143,7 = 156,2 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_c = \dot{Q}_{\text{lamp-aria}} = h_c \cdot A \cdot (T_{\text{lamp}} - T_{\text{aria}})$$

$$h_c = \dot{Q}_c / [A \cdot (T_{\text{lamp}} - T_{\text{aria}})] = 156,2 / [0,126 \cdot (423,15 - 293,15)] = 9,54 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

$$\dot{Q}_r = \dot{Q}_{\text{lamp-par}} = h_r \cdot A \cdot (T_{\text{lamp}} - T_{\text{par}})$$

$$h_r = \dot{Q}_r / [A \cdot (T_{\text{lamp}} - T_{\text{par}})] = 143,8 / [0,126 \cdot (423,15 - 288,15)] = 8,45 \text{ W/(m}^2\text{K)}$$

### Esercizio 17 – Irraggiamento termico e Convezione termica

Una camera ha una superficie interna di 80 m<sup>2</sup>. Le pareti hanno una temperatura di 20 °C mentre l'aria del locale è a 22 °C. Nella zona centrale del locale vi è una grossa stufa parallelepipedo con superficie di 6 m<sup>2</sup> a temperatura di 200 °C. Sono note l'emissività della superficie della stufa (0.95) e l'emissività delle pareti del locale (0.9).

Calcolare la potenza termica ceduta dalla stufa al locale sapendo che il coefficiente di scambio termico convettivo tra le pareti della stufa e l'aria è pari a 9.3 W/(m<sup>2</sup>°C). Si ricorda che il flusso scambiato per irraggiamento tra un corpo convesso grigio (1) ed una cavità grigia (2) che lo contiene vale:

$$\dot{Q}_{1,2} = F_\varepsilon F_{12} A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad \text{con} \quad F_\varepsilon = \left( \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} \frac{A_2}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right)^{-1}$$

### Svolgimento

$$F_\varepsilon = \left( \frac{1}{0,95} + \frac{1}{0,9 \cdot \frac{80}{6}} - \frac{1}{\frac{80}{6}} \right)^{-1} = 0,94$$

$$F_{12} = 1$$

$$\dot{Q}_{\text{irrag}} = 1 \cdot 0,94 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 6 \cdot ((200 + 273,15)^4 - (20 + 273,15)^4) = 13665,5 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_{\text{conv}} = A \cdot h_c \cdot (t_{\text{stufa}} - t_{\text{aria}}) = 9,30 \cdot (200 - 22) \cdot 6 = 9932,4 \text{ W}$$

$$\dot{Q}_{\text{conv}} + \dot{Q}_{\text{irrag}} = 9932,4 + 13665,5 = 23597,9 \text{ W}$$

**Esercizio 18 – Irraggiamento termico e Convezione termica**

Una piastra piana assorbe per irraggiamento dal sole e dall'atmosfera un flusso termico di  $628 \text{ W/m}^2$ . Sapendo che la temperatura dell'aria è  $27^\circ\text{C}$  e che il coefficiente di scambio termico liminare superiore della piastra è di  $11,6 \text{ W/m}^2\text{C}$ , si determini la temperatura della piastra in condizioni di regime stazionario. Trascurare lo scambio termico inferiore della piastra.

**Svolgimento**

$$\begin{aligned}\frac{\dot{Q}}{A} &= h \cdot (t_{pi} - t_a) \\ t_{pi} &= \frac{\frac{\dot{Q}}{A} + t_a \cdot h}{h} \\ t_{pi} &= \frac{628 + 27 \cdot 11,6}{11,6} = 81,1^\circ\text{C}\end{aligned}$$

**Esercizio 19 - Trasmissione del calore**

Si calcoli la temperatura superficiale interna su:

- un vetro singolo con trasmittanza termica di  $6 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,
- un vetrocamera con trasmittanza termica di  $2,9 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,
- una parete opaca con trasmittanza termica di  $0,5 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

Si ipotizzi che le strutture separino un ambiente alla temperatura di  $20^\circ\text{C}$  dall'esterno a  $0^\circ\text{C}$ . Si consideri il coefficiente di scambio termico liminare interno di  $7,7 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

**Svolgimento**

$$\begin{aligned}t_{si} &= t_i - U \cdot (t_i - t_e) R_{si} \\ t_{si} \text{ sin golo} &= 20 - \frac{6}{7,7} (20 - 0) = 4,4^\circ\text{C} \\ t_{si} \text{ vetrocamera} &= 20 - \frac{2,9}{7,7} (20 - 0) = 12,5^\circ\text{C} \\ t_{si} \text{ opaco} &= 20 - \frac{0,5}{7,7} (20 - 0) = 18,7^\circ\text{C}\end{aligned}$$

**Esercizio 20 – Trasmissione del calore**

Una parete piana in calcestruzzo ( $\lambda = 0,8 \text{ W/(m }^\circ\text{C)}$ ) di  $20 \text{ cm}$  di spessore separa l'ambiente 1 dall'ambiente 2. Nell'ambiente 1 vi è dell'aria alla temperatura di  $60^\circ\text{C}$  che lambisce la parete con una velocità di  $2 \text{ m/s}$ . Nell'ambiente 2 vi è dell'aria in movimento alla temperatura di  $20^\circ\text{C}$  che lambisce la parete con una velocità di  $5 \text{ m/s}$ . In tali condizioni le adduttanze valgono rispettivamente  $15 \text{ W/(m}^2\text{ }^\circ\text{C)}$  per l'ambiente 1 e  $31 \text{ W/(m}^2\text{ }^\circ\text{C)}$  per l'ambiente 2. Calcolare la temperatura della parete rivolta verso l'ambiente 2.

**Svolgimento**

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{15} + \frac{0,2}{0,8} + \frac{1}{31}} = 2,87 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = U \cdot (t_1 - t_2) = 2,87 \cdot (60 - 20) = 114,8 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_2 \cdot (t_{p2} - t_2)$$

$$114,8 = 31 \cdot (t_{p2} - 20)$$

$$t_{p2} = 23,7^\circ\text{C}$$

### **Esercizio 21 - Trasmissione del calore (Esame del 06/09/2011)**

Un ambiente confinato (di dimensioni 10m x 10m x 3m) è riscaldato da un pavimento radiante di superficie 100 m<sup>2</sup>; esso ha il soffitto adiabatico con temperatura superficiale pari a quella dell'aria ambiente, mentre le pareti verticali confinano con l'esterno. La temperatura superficiale del pavimento è pari a 26°C, quella dell'aria interna è pari a 20°C, mentre la temperatura delle superfici interne delle pareti esterne è pari a 17°C. Si calcoli:

- a) la potenza termica fornita all'ambiente per irraggiamento dal pavimento radiante (espressa in W), sapendo che il coefficiente di scambio termico radiativo tra il pavimento radiante e l'ambiente è pari a 7 W/m<sup>2</sup>K;
- b) la potenza termica fornita all'ambiente per convezione dal pavimento radiante (espressa in W), sapendo che il coefficiente di scambio termico convettivo tra il pavimento radiante e l'ambiente dipende dalla funzione  $h_c = 2,1 \cdot \Delta T^{0,5}$ ;
- c) il flusso termico totale scambiato dal pannello, espressa in W/m<sup>2</sup> (la resa termica del pannello)

### **Svolgimento**

$$\dot{Q}_r = h_r \cdot A_{pav} \cdot (t_{pav} - t_{par+soff})$$

$$t_{par+soff} = \frac{t_{par}A_{par} + t_{soff}A_{soff}}{A_{par} + A_{soff}} = \frac{17 \cdot (4 \cdot 10 \cdot 3) + 20 \cdot 100}{120 + 100} = 18,4^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}_r = 7 \cdot 100 \cdot (26 - 18,4) = 5320 \text{ W}$$

$$h_c = 2,1 \cdot \sqrt{t_{pav} - t_a} = 2,1 \cdot \sqrt{26 - 20} = 5,1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$\dot{Q}_c = h_c \cdot A_{pav} \cdot (t_{pav} - t_a) = 5,1 \cdot 100 \cdot (26 - 20) = 3060 \text{ W}$$

$$q = \frac{\dot{Q}_{tot}}{A} = \frac{\dot{Q}_r + \dot{Q}_c}{A_{pav}} = \frac{5320 + 3060}{100} = 83,80 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

### **Esercizio 22 - Trasmissione del calore (Esame del 21/09/2011)**

Una parete piana, costituita da uno strato di calcestruzzo ( $\lambda = 0,8 \text{ W/(mK)}$ ) di spessore pari a 24 cm, divide l'ambiente interno dall'ambiente esterno. La temperatura superficiale interna di parete è pari a 18°C, mentre quella superficiale esterna è pari a 4°C. Sapendo che i coefficienti liminari interno ed esterno sono pari rispettivamente a 10 W/(m<sup>2</sup>K) e a 22 W/(m<sup>2</sup>K), calcolare:

- a) la conduttanza termica della parete;
- b) la trasmittanza termica della parete;
- c) il flusso termico che attraversa la parete per unità di superficie;
- d) la temperatura dell'ambiente esterno;

- e) lo spessore dello strato di isolante ( $\lambda = 0,04 \text{ W/(mK)}$ ) da applicare alla parete per dimezzare la trasmittanza termica calcolata al punto b.

	<b>Grandezza</b>	<b>Valore</b>	<b>Unità di misura</b>
a)	Conduttanza termica	3,3	$\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$
b)	Trasmittanza termica	2,24	$\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$
c)	Flusso termico per unità di superficie	-46,7	$\text{W}/\text{m}^2$
d)	Temperatura ambiente esterno	1,88	$^\circ\text{C}$
e)	Spessore isolante aggiuntivo	0,018	m

### Svolgimento

a)

$$\Lambda = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{s}{\lambda}} = \frac{1}{\frac{0,24}{0,8}} = 3,3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

b)

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{0,24}{0,8} + \frac{1}{22}} = 2,24 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

c)

$$\frac{Q}{A} = \Lambda(t_{se} - t_{si}) = 3,3 \cdot (4 - 18) = -46,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

d)

$$\begin{aligned} \frac{Q}{A} &= h_e(t_e - t_{se}) \\ -46,7 &= 22t_e - (22 \cdot 4) \\ t_e &= \frac{41,4}{22} = 1,88^\circ\text{C} \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} \frac{U}{2} &= \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{0,24}{0,8} + \frac{s}{0,04} + \frac{1}{22}} \\ \frac{2,25}{2} &= \frac{1}{0,1 + 0,3 + \frac{s}{0,04} + 0,045} \end{aligned}$$

$$1,125 \cdot (0,445 + \frac{s}{0,04}) = 1$$

$$0,501 + 1,125 \frac{s}{0,04} = 1$$

$$s = \frac{(1 - 0,501) \cdot 0,04}{1,125} = 0,018 \text{ m} \cong 1,8 \text{ cm}$$

**Esercizio 23** (Y. A. Cengel cap.7, 7.2)

Un motore automobilistico con una potenza utile di 50 kW ha un rendimento termico del 24%. Si determini la quantità di combustibile consumata nell'unità di tempo se il potere calorifico del combustibile è 44000 kJ/kg.

**Svolgimento**

La potenza da fornire all'automobile per produrre in uscita una potenza di 50 kW:

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}} \rightarrow \dot{Q}_1 = \frac{\dot{W}}{\eta} \quad \dot{Q}_1 = \frac{50}{0,24} = 208,33 \quad kW$$

Il potere calorifico di un combustibile è la quantità di calore che si libera quando una quantità unitaria di combustibile a temperatura ambiente viene bruciata completamente e i prodotti della combustione vengono raffreddati a temperatura ambiente:

$$kW = kJ / s$$

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{PC} = \frac{208,33}{44000} = 0,0047 kg / s = 4,7 \cdot 10^{-3} kg / s$$

**Esercizio 24** (Y. A. Cengel cap.7, 7.5)

Un frigorifero domestico con un'efficienza frigorifera pari a 1,8 sottrae dall'ambiente refrigerato una potenza termica di 1,5 kW. Si determinino:

- la potenza elettrica assorbita dal frigorifero
- la potenza termica ceduta all'aria della cucina

**Svolgimento**

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{W}} \rightarrow \dot{W} = \frac{\dot{Q}_1}{\varepsilon} \quad \dot{W} = \frac{1,5}{1,8} = 0,83 \quad kW$$

La potenza termica ceduta alla cucina si determina in base all'equazione di conservazione dell'energia:

$$\dot{Q}_s = \dot{Q}_1 + \dot{W} = 0,83 + 1,5 = 2,33 \quad kW$$

**Esercizio 25** (Y. A. Cengel cap.7, 7.8)

Una casa riscaldata da riscaldatori elettrici ha utilizzato 1200 kWh di energia elettrica in un mese invernale. Se questa casa fosse stata riscaldata invece con una pompa di calore, che ha un COP medio di 2,4 quanto denaro avrebbe risparmiato il proprietario in quel mese? Si utilizzi un costo dell'energia elettrica di 0,165 €/kWh.

**Svolgimento**

La quantità di calore che i riscaldatori elettrici forniscono alla casa è uguale alla quantità di energia elettrica assorbita:

$$W_{risc\ elet} = Q_{risc\ elet} = 1200 \text{ kWh}$$

L'energia elettrica consumata dalla pompa di calore per fornire alla casa 1200 kWh è data da:

$$COP = \frac{Q_1}{W} \rightarrow W = \frac{Q_1}{COP} \quad W = \frac{1200}{2,4} = 500 \quad kWh$$

La potenza termica ricevuta dall'aria esterna è l'energia elettrica consumata dalla pompa di calore per fornire alla casa 1200 kWh è data da:

$$W_{risc\ elet} - W_{p\ calore} = 1200 - 500 = 700\text{ kWh}$$

$$\text{risparmio} = 700 \cdot 0,165 = 115,5 \text{ euro}$$

### **Esercizio 26**

Calcolare il rendimento di una macchina a ciclo diretto (ciclo di Carnot) che lavora tra le temperature di 30°C della sorgente fredda e parte da tre diverse temperature della sorgente calda:

- a)  $t_1=80^\circ\text{C}$
- b)  $t_1=300^\circ\text{C}$
- c)  $t_1=600^\circ\text{C}$

### **Svolgimento**

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$T_2=30+273,15=303,15\text{ K}$$

a)

$$T_1=80+273,15=353,15 \text{ K}$$

$$\eta_a = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{303,15}{353,15} = 0,14$$

b)

$$T_1=300+273,15=573,15 \text{ K}$$

$$\eta_b = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{303,15}{573,15} = 0,47$$

c)

$$T_1=600+273,15=873,15 \text{ K}$$

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{303,15}{873,15} = 0,65$$

### **Esercizio 27 (Y. A. Cengel cap.7, 7.7)**

Una cella frigorifera che assorbe una potenza di 450 W e ha un'efficienza frigorifera di 2,5 deve raffreddare 5 grandi angurie ciascuna avente massa di 10 kg. Se le angurie sono inizialmente alla temperatura di 20 °C si determini il tempo che la cella frigo impiega a raffreddare le angurie fino alla temperatura di 8°C. Si assimili il calore specifico delle angurie pari a quello dell'acqua (4,2 kJ/kg°C).

### **Svolgimento**

La quantità totale di calore che deve essere sottratta dai cocomeri è:

$$\dot{Q}_1 = c \cdot m \cdot (t_1 - t_2) = 4,2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot (20 - 8) = 2520\text{ kJ}$$

La potenza termica sottratta da questo frigorifero è:

$$COP = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{W}} \rightarrow \dot{Q}_1 = COP \cdot \dot{W} = 2,5 \cdot 0,45 = 1,125\text{ kW}$$

$$\dot{Q} = \frac{Q}{\tau} \rightarrow \tau = \frac{Q}{\dot{Q}} = \frac{2520}{1,125} = 2240 \text{ s}$$

**Esercizio 28 (Tema d'esame)**

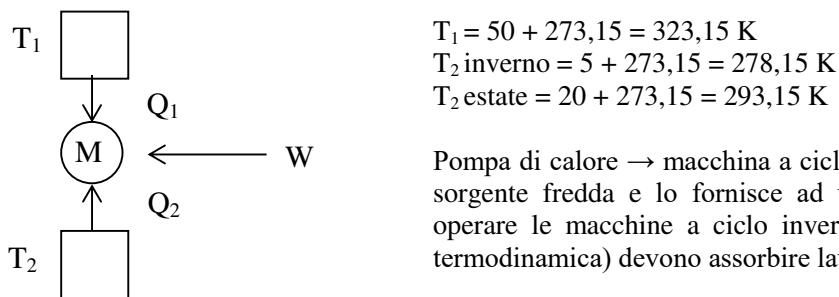
Per produrre acqua calda sanitaria si vuole utilizzare una pompa di calore aria-acqua che opera fra una temperatura media di 5 °C nel periodo invernale o di 20 °C nel periodo estivo ed una temperatura di 50 °C. La pompa di calore , servita da un motore elettrico da 7 kW, opera con un fattore di moltiplicazione termica (COP) pari al 50% di quello di Carnot.

Si chiede di calcolare:

a) il COP medio invernale ed estivo della pompa di calore

b) la portata massica di acqua calda sanitaria a 50 °C mediamente prodotta, rispettivamente nel periodo invernale e nel periodo estivo, supponendo che la temperatura dell'acqua dell'acquedotto sia sempre pari a 15 °C.

**Svolgimento**



Pompa di calore → macchina a ciclo inverso → sottrae calore ad una sorgente fredda e lo fornisce ad una sorgente calda → per poter operare le macchine a ciclo inverso (secondo il II principio della termodinamica) devono assorbire lavoro dall'esterno.

a)

$$COP = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{W}}$$

$$COP_{carnot} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

$$COP_{carnot\_inv} = \frac{323,15}{323,15 - 278,15} = 7,18 \rightarrow COP_{inv} = 0,5 \cdot 7,18 = 3,59$$

$$COP_{carnot\_est} = \frac{323,15}{323,15 - 293,15} = 10,77 \rightarrow COP_{est} = 0,5 \cdot 10,77 = 5,39$$

Maggiore è il delta T tra le due zone più la pompa di calore fatica → il COP diminuisce all'aumentare della differenza di temperatura → per questo il COP invernale è minore di quello estivo.

b)

$$\dot{Q}_1 = c_w \cdot \dot{m}_w \cdot (t_1 - t_w) \rightarrow c_w \text{ calore specifico dell'acqua: } 4186 \text{ J/(kgK)}$$

$$\dot{Q}_{1,inv} = \dot{W} \cdot COP_{inv} = 7 \cdot 3,59 = 25,13 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{1,est} = \dot{W} \cdot COP_{est} = 7 \cdot 5,39 = 37,73 \text{ kW}$$

$$\dot{m}_{w,inv} = \frac{\dot{Q}_{1,inv}}{c_w \cdot (t_1 - t_w)} = \frac{25,13 \cdot 10^3}{4186 \cdot (50 - 15)} = 0,17 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \rightarrow 0,17 \cdot 3600 = 612 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

$$\dot{m}_{w,est} = \frac{\dot{Q}_{1,est}}{c_w \cdot (t_1 - t_w)} = \frac{37,73 \cdot 10^3}{4186 \cdot (50 - 15)} = 0,26 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \rightarrow 0,26 \cdot 3600 = 936 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$

**Esercizio 29 (Tema d'esame)**

Un serbatoio cilindrico (diametro = 0,8 m; altezza = 1,2 m), pieno d'acqua alla temperatura iniziale di 12 °C, viene riscaldato fino alla temperatura di 65 °C attraverso un boiler a metano (potere calorifico del metano = 38 MJ/m<sup>3</sup>, rendimento del boiler pari al 90%), in un tempo di 12 ore. Successivamente dal serbatoio vengono prelevati 30 litri d'acqua che vengono miscelati con 15 litri di acqua alla temperatura di 15 °C. Si chiede di calcolare:

- a) la quantità di calore fornita all'acqua del serbatoio;
- b) la potenza termica fornita all'acqua del serbatoio;
- c) il volume di metano bruciato;
- d) la temperatura finale dell'acqua miscelata.

Si consideri la densità dell'acqua pari a 1000 kg/m<sup>3</sup> e il calore specifico dell'acqua pari a 4186 J/kgK

**Svolgimento**

a)

$$Q = m_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot (t_f - t_i) = 603 \cdot 4186 \cdot (65 - 12) = \mathbf{133,78 \text{ MJ}}$$

$$V_{H_2O} = r^2 \pi \cdot h = 0,4^2 \pi \cdot 1,2 = 0,603 \text{ m}^3$$

$$m_{H_2O} = V_{H_2O} \cdot \rho_{H_2O} = 0,603 \cdot 1000 = 603 \text{ kg}$$

b)

$$\dot{Q} = \frac{Q}{\tau} = \frac{133,78 \cdot 10^6}{12 \cdot 3600} = 3096,76 \text{ W} \cong \mathbf{3,1 \text{ kW}}$$

c)

$$Q = W = \text{effetto utile}$$

$$Q_1 = \frac{W}{\eta} = \frac{133,78}{0,9} = 148,6 \text{ MJ}$$

$$V_{gas} = \frac{Q_1}{PC_{gas}} = \frac{148,6}{38} = \mathbf{3,91 \text{ m}^3}$$

d)

$$t_m = \frac{t_1 \cdot m_{H_2O,1} + t_2 \cdot m_{H_2O,2}}{m_{H_2O,1} + m_{H_2O,2}} = \frac{65 \cdot 30 + 15 \cdot 15}{30 + 15} = \mathbf{48,3 \text{ }^\circ\text{C}}$$

**Esercizio 30**

Un boiler cilindrico, di raggio pari a 20 cm ed altezza pari a 60 cm, è pieno di acqua ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ). Attraverso una potenza di 8,5 kW, l'acqua viene riscaldata da una temperatura iniziale di 21°C ad una temperatura finale di 50°C. Ipotizzando che le perdite di calore attraverso l'involucro del boiler siano nulle, calcolare:

- a) la quantità di calore necessaria per il riscaldamento dell'acqua;
- b) il tempo necessario per il riscaldamento dell'acqua;
- c) la portata in massa che il boiler sarebbe in grado di riscaldare per la produzione istantanea di acqua calda a 50°C, partendo da una temperatura dell'acqua di rete pari a 15°C.

È dato il valore del calore specifico dell'acqua pari a 4186 J/(kg·K).

### Svolgimento

a)

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (0,20)^2 \cdot 0,60 = 0,0754 \text{ m}^3$$

$$m = \rho \cdot V = 1000 \cdot 0,0754 = 75,4 \text{ kg}$$

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = 4186 \cdot 75,4 \cdot (50-21) = 9153108 \text{ J} = 9153,1 \text{ kJ}$$

b)

$$\tau = Q / \dot{Q} = 9153,1 \text{ kJ} / 8,5 \text{ kW} = 1076,8 \text{ s} \sim 18 \text{ min}$$

c)

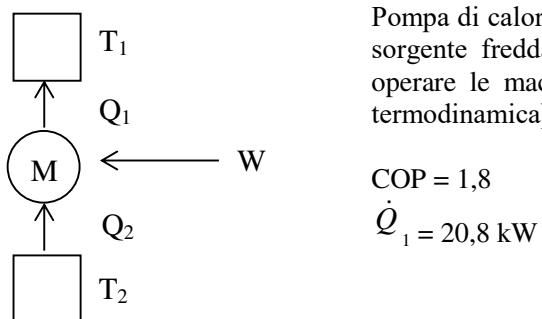
$$\dot{m} = \dot{Q} / (c \cdot \Delta T) = 8500 / [4186 \cdot (50-15)] = 0,058 \text{ kg/s}$$

### Esercizio 31 (Y. A. Cengel cap.7, 7.9)

Una pompa di calore con un COP pari a 1,8 fornisce ad una casa una potenza termica di 20,8 kW. Si determinino:

- a) la potenza elettrica assorbita dalla pompa di valore;
- b) la potenza termica sottratta dall'aria esterna.

### Svolgimento



Pompa di calore → macchina a ciclo inverso → sottrae calore ad una sorgente fredda e lo fornisce ad una sorgente calda → per poter operare le macchine a ciclo inverso (secondo il II principio della termodinamica) devono assorbire lavoro dall'esterno.

$$COP = 1,8$$

$$\dot{Q}_1 = 20,8 \text{ kW}$$

a)

La potenza elettrica assorbita dalla pompa può essere calcolata dalla formula inversa del rendimento della macchina stessa:

$$COP = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{W}} \rightarrow \dot{W} = \frac{\dot{Q}_1}{COP} \quad \dot{W} = \frac{20,8}{1,8} = 11,55 \text{ kW}$$

b)

La potenza termica sottratta all'aria esterna dalla pompa di calore è la quantità  $\dot{Q}_2$  e si può ottenere, secondo il principio di conservazione dell'energia, dal seguente bilancio:

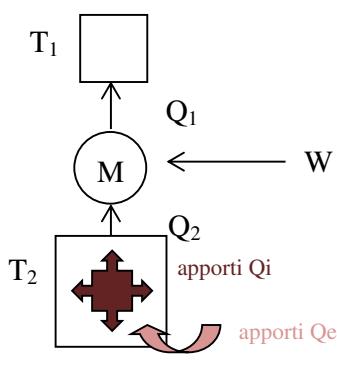
$$\dot{Q}_2 - \dot{Q}_1 = - \dot{W} \rightarrow \dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 - \dot{W} = 20,8 - 11,55 = 9,25 \text{ kW}$$

**Esercizio 32** (Y. A. Cengel cap.7, 7.15)

Un impianto di condizionamento dell'aria è utilizzato per mantenere una casa a 22°C quando la temperatura esterna è 33°C. La casa riceve una potenza termica di 10 kW attraverso i muri e le finestre e la potenza termica generata all'interno della casa da persone, apparecchi di illuminazione ed elettrodomestici (detti apporti interni) ammonta a 2 kW. Si determini la potenza minima che si deve fornire a questo sistema di condizionamento dell'aria.

**Svolgimento**

Questo problema rappresenta la tipica condizione estiva in cui gli apporti esterni e interi sono sfavorevoli e per mantenere il confort in ambiente l'impianto di condizionamento si comporta come un frigorifero.



Condizionamento → macchina ciclo inverso → sottrae calore da una sorgente a temperatura minore (interno della casa) e lo cede ad una a temperatura maggiore (esterno) assorbendo lavoro (W).

$$T_1 = 33^\circ\text{C} = 33 + 273,15 = 306,15 \text{ K}$$

$$T_2 = 22^\circ\text{C} = 22 + 273,15 = 295,15 \text{ K}$$

Il calore che la macchina deve sottrarre per mantenere la temperatura  $T_2$  costante è pari a gli apporti che tendono a farla aumentare ( $Q_i$ ,  $Q_e$ ). Dunque:

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_i + \dot{Q}_e = 2 + 10 = 12 \text{ kW}$$

La potenza minima che deve essere fornita è quella che corrisponde alla condizione ottimale (e non reale) della macchina di Carnot, nel cui ciclo non si producono irreversibilità (i cicli più efficienti sono quelli reversibili). Dunque si usi la formula di Carnot per il calcolo di  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon_{carnot} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{295,15}{306,15 - 295,15} = 26,8$$

Quindi si ottiene la potenza dalla formula inversa del rendimento di una macchina frigorifera:

$$\varepsilon = \frac{\text{effetto\_utile}}{\text{spesa}} = \frac{\dot{Q}_2}{\dot{W}} \rightarrow \dot{W} = \frac{\dot{Q}_2}{\varepsilon} = \frac{12}{26,8} = 0,45 \text{ kW}$$

**Esercizio 33** (Y. A. Cengel cap.7-esempio 7.4 pag. 243)

Per sopperire al fabbisogno termico di una casa e mantenere la temperatura interna a 20°C si ricorre all'uso di una pompa di calore.

In un giorno nel quale la temperatura esterna cala a -2°C, si stima che la casa dissipi una potenza termica di 20 kW. Sapendo che la pompa di calore in queste condizioni ha un COP di 2,5, si determini:

- la potenza elettrica assorbita dalla pompa di calore;
- la potenza termica assorbita dall'aria esterna.

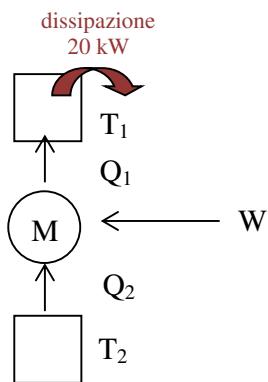
**Svolgimento**

Pompa di calore → macchina a ciclo inverso → sottrae calore ad una sorgente fredda e lo fornisce ad una sorgente calda.

$$\begin{aligned} T_1 &= 20^\circ\text{C} \\ T_2 &= -2^\circ\text{C} \\ \text{COP} &= 2,5 \end{aligned}$$

Per mantenere la temperatura a 20°C la pompa di calore deve fornire una quantità di calore ( $\dot{Q}_1$ ) pari alla quantità di calore persa per dissipazione attraverso l'involucro dell'edificio e con la medesima velocità con la quale il calore viene diperso. Quindi:

$$\dot{Q}_1 = 20 \text{ kW}$$



a)

Per il calcolo della potenza assorbita si ricorre alla formula inversa del COP:

$$COP = \frac{\dot{Q}_1}{\dot{W}} \rightarrow \dot{W} = \frac{\dot{Q}_1}{COP} \quad \dot{W} = \frac{20}{2,5} = 8 \text{ kW}$$

b)

E' possibile calcolare la potenza termica assorbita dall'aria esterna grazie al principio di conservazione dell'energia (I principio della termodinamica) facendo il seguente bilancio:

$$Q_{\text{netto}} = L_{\text{netto}}$$

$$\dot{Q}_2 - \dot{Q}_1 = -\dot{W} \rightarrow \dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 - \dot{W} = 20 - 8 = 12 \text{ kW}$$

**Esercizio 34** (da Esercizi Oliaro-Serra n°15)

Si determini, con l'ausilio di un diagramma di Mollier, l'entalpia dell'aria umida ad una temperatura di 25 °C ed una umidità assoluta di 0,012 kg<sub>v</sub>/kg<sub>a</sub>. Supponendo quindi di operare su tale aria una trasformazione di raffreddamento e deumidificazione corrispondente ad un salto entalpico di 15 kJ/kg e una differenza di umidità specifica di 0,002 kg<sub>v</sub>/kg<sub>a</sub> si determini la temperatura corrispondente allo stato finale, l'umidità specifica e la quantità di vapore acqueo condensato per ogni kg di aria secca.

**Svolgimento**

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

$$h_1 = 1 \cdot 25 + 0,012 \cdot (1,9 \cdot 25 + 2500) = 55,6 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = h_1 - \Delta h = 55,6 - 15 = 40,6 \text{ kJ/kg}$$

$$x_2 = x_1 - 0,002 = 0,012 - 0,002 = 0,010 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$x_2 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)} \rightarrow 0,010 = 0,622 \cdot \frac{1 \cdot p_{vs}(t)}{101325 - p_{vs}(t)}$$

$$0,010 \cdot (101325 - p_{vs}(t)) = 0,622 \cdot p_{vs}(t)$$

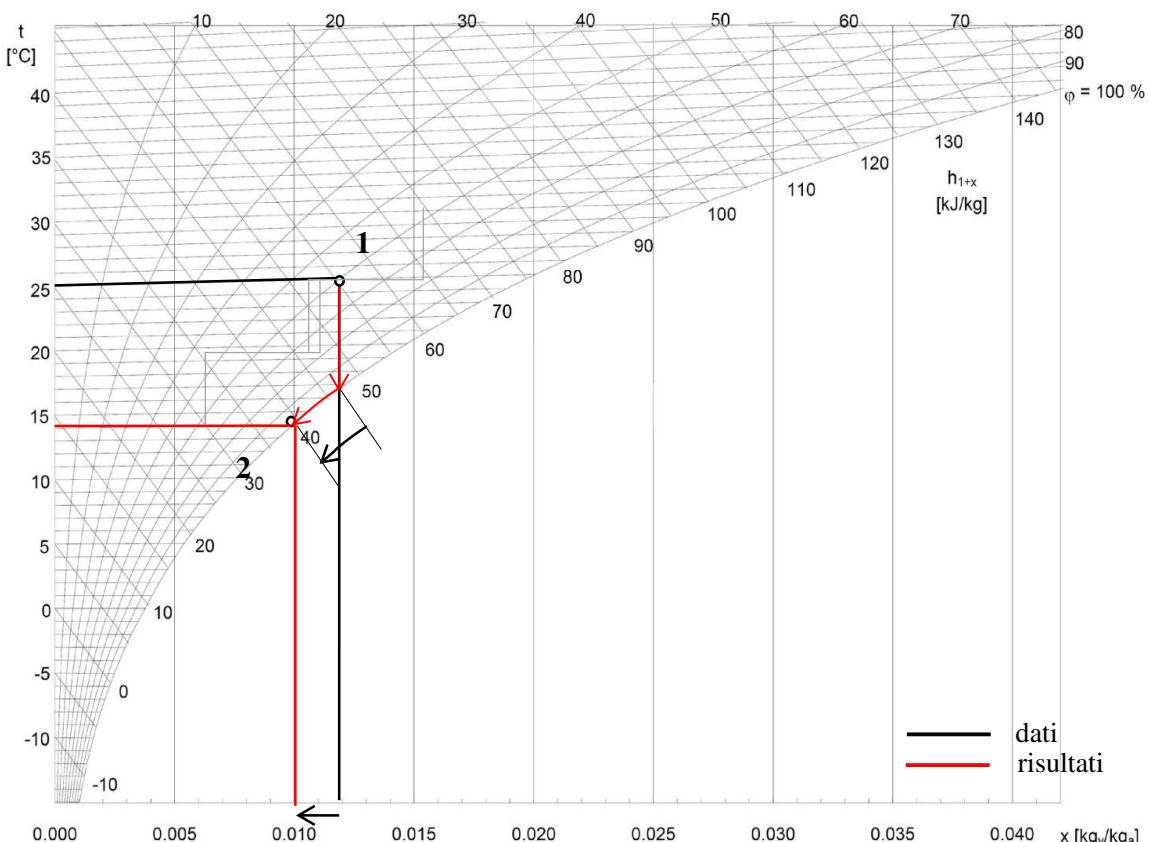
$$1013,25 - 0,01 \cdot p_{vs}(t) - 0,622 \cdot p_{vs}(t) = 0$$

$$p_{vs}(t) = \frac{1013,25}{0,632} = 1603 \text{ Pa}$$

$$t_2 \approx 14,1^\circ\text{C}$$

$$\dot{m}_v = \dot{m}_a(x_3 - x_4) = 1 \cdot (0,012 - 0,010) = 0,002 \text{ kg/s}$$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



Si fa notare come il calcolo dell'entalpia dell'aria umida possa essere effettuato utilizzando valori più precisi di  $c_{pa}$ ,  $c_{pv}$  e  $r_0$  ( $c_{pa} = 1,006 \text{ kJ/kgK}$ ;  $c_{pv} = 1,875 \text{ kJ/kgK}$ ;  $r_0 = 2501 \text{ kJ/kg}$ ). A titolo di esempio si riportano i conti svolti in questo secondo caso, in modo da evidenziare la differenza tra i risultati.

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

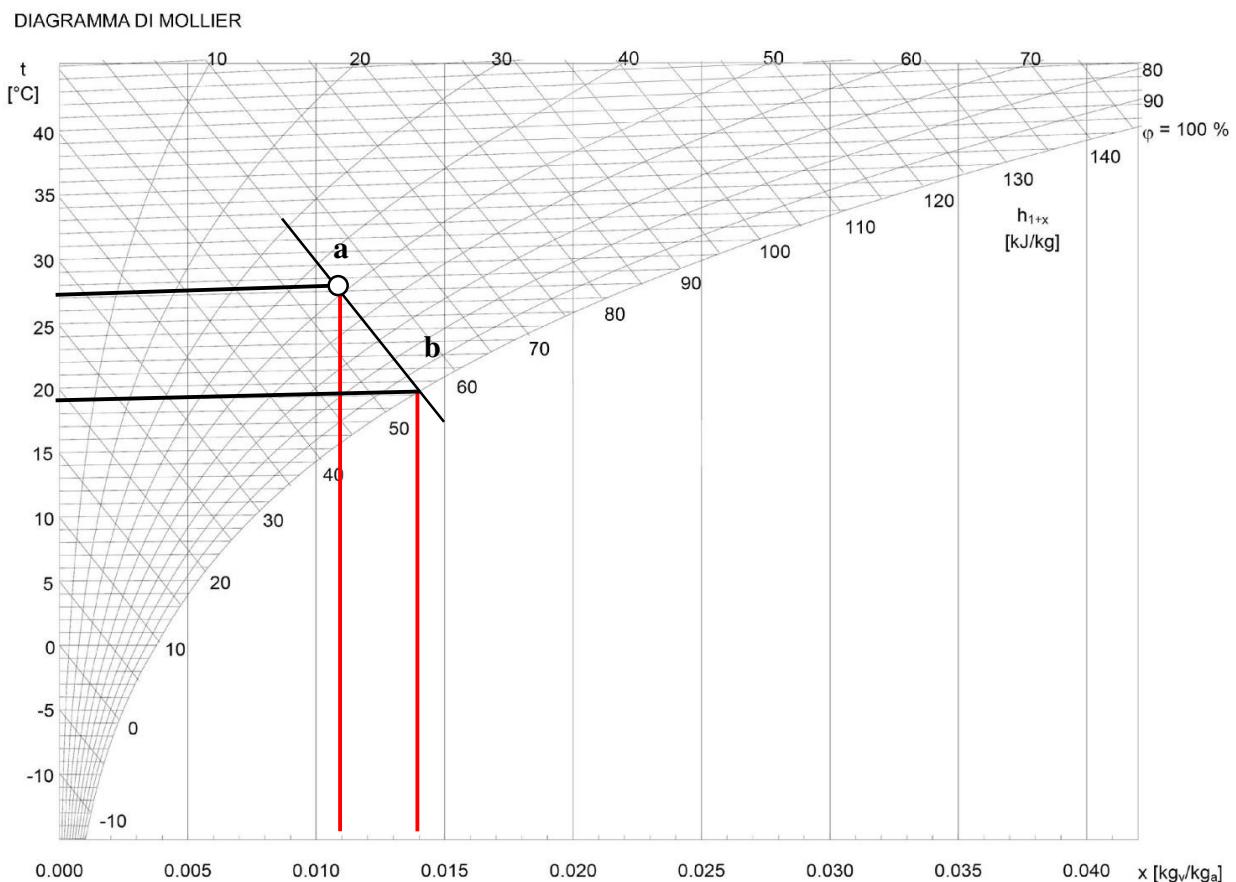
$$h_1 = 1,006 \cdot 25 + 0,012 \cdot (1,875 \cdot 25 + 2501) = 55,7 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = h_1 - \Delta h = 55,7 - 15 = 40,7 \text{ kJ/kg}$$

**Esercizio 35** (da Esercizi Oliaro-Serra n°18)

Si consideri una miscela di aria e vapore d'acqua alla pressione atmosferica, avente una temperatura di 27 °C al bulbo secco ed una temperatura di 19 °C al bulbo umido. Si determini l'umidità specifica e l'umidità relativa.

**Svolgimento**



$$h_b = h_a$$

$$p_{vs}(t)_b = 2196 \text{ Pa}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)} \quad x_b = 0,622 \cdot \frac{1 \cdot 2196}{101325 - 1 \cdot 2196} = 0,014 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0) \quad h_a = h_b = 1 \cdot 19 + 0,014 \cdot (1,9 \cdot 19 + 2500) = 54,5 \text{ kJ/kg}$$

$$x_a = \frac{h_a - c_{pa} \cdot t}{(c_{pv} \cdot t + r_0)} = \frac{54,5 - 1 \cdot 27}{1,9 \cdot 27 + 2500} = 0,011 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$p_{vs}(t)_a = 3563 \text{ Pa}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi_a \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)}$$

$$\varphi_a = \frac{x_a \cdot 101325}{0,622 \cdot p_{vs}(t) + x_a \cdot p_{vs}(t)} = \frac{0,011 \cdot 101325}{0,622 \cdot 3563 + 0,011 \cdot 3563} = 0,494 \approx 49\%$$

Si fa notare come il calcolo dell'entalpia dell'aria umida possa essere effettuato utilizzando valori più precisi di  $c_{pa}$ ,  $c_{pv}$  e  $r_0$  ( $c_{pa} = 1,006 \text{ kJ/kgK}$ ;  $c_{pv} = 1,875 \text{ kJ/kgK}$ ;  $r_0 = 2501 \text{ kJ/kg}$ ). A titolo di esempio si riportano i conti svolti in questo secondo caso, in modo da evidenziare la differenza tra i risultati.

$$h_b = h_a$$

$$p_{vs}(t)_b = 2196 \text{ Pa}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)} \quad x_b = 0,622 \cdot \frac{1 \cdot 2196}{101325 - 1 \cdot 2196} = 0,014 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0) \quad h_a = h_b = 1,006 \cdot 19 + 0,014 \cdot (1,875 \cdot 19 + 2501) = 54,6 \text{ kJ/kg}$$

$$x_a = \frac{h_a - c_{pa} \cdot t}{(c_{pv} \cdot t + r_0)} = \frac{54,6 - 1,006 \cdot 27}{1,875 \cdot 27 + 2501} = 0,011 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

### **Esercizio 36 (da Esercizi Oliaro-Serra n°23)**

In un ambiente vengono immessi due flussi (1 e 2) di aria umida; il flusso 1 ha una portata di aria secca  $m_{a1}$  di 2000 kg/h, una temperatura  $t_1$  di 30 °C ed un'umidità relativa pari a 0.5; il flusso 2 ha una portata di aria secca  $m_{a2}$  di 1000 kg/h, una temperatura  $t_2$  di 10 °C ed un'umidità relativa pari a 0.2. I due flussi si mescolano e ricevono dall'esterno 4500 kcal/h; la pressione è considerabile uniforme e pari a 1 atm. Calcolare la temperatura e l'umidità relativa del flusso uscente.

#### **Svolgimento**

$$\dot{m}_{a1} = 2000 \text{ kg/h} \quad t_1 = 30^\circ\text{C} \quad \varphi_1 = 50\% \quad p_{vs}(30) = 4241 \text{ Pa}$$

$$\dot{m}_{a2} = 1000 \text{ kg/h} \quad t_2 = 10^\circ\text{C} \quad \varphi_2 = 20\% \quad p_{vs}(10) = 1227 \text{ Pa}$$

Dal diagramma di Mollier o analiticamente:

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{0,5 \cdot 4241}{101325 - 0,5 \cdot 4241} = 0,013 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$x_2 = 0,622 \cdot \frac{0,2 \cdot 1227}{101325 - 0,2 \cdot 1227} = 0,0015 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h_1 = 1 \cdot 30 + 0,013 \cdot (1,9 \cdot 30 + 2500) = 63,24 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = 1 \cdot 10 + 0,0015 \cdot (1,9 \cdot 10 + 2500) = 13,78 \text{ kJ/kg}$$

$$x_m = \frac{2000 \cdot 0,013 + 1000 \cdot 0,0015}{2000 + 1000} = 0,0092 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h_m = \frac{2000 \cdot 63,24 + 1000 \cdot 13,78}{2000 + 1000} = 46,75 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{Q}_{risc} = 4500 \text{ kcal/h} = 4500 \cdot \frac{4186}{3600} = 5232,5 \text{ W} = 5,2 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{risc} = \dot{m} \cdot (h_{fin} - h_m) \gg h_{fin} = \frac{\dot{Q}_{risc} + \dot{m} \cdot h_m}{\dot{m}} = \frac{5,232 + 0,83 \cdot 46,75}{0,83} = 53,05 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m} = \frac{3000}{3600} = 0,83 \text{ kg/s}$$

Da Mollier o analiticamente trovo temperatura e umidità relativa.

$$x_m = x_{fin}$$

$$53,04 = 1 \cdot t_{fin} + 0,0091 \cdot (1,9 \cdot t_{fin} + 2500)$$

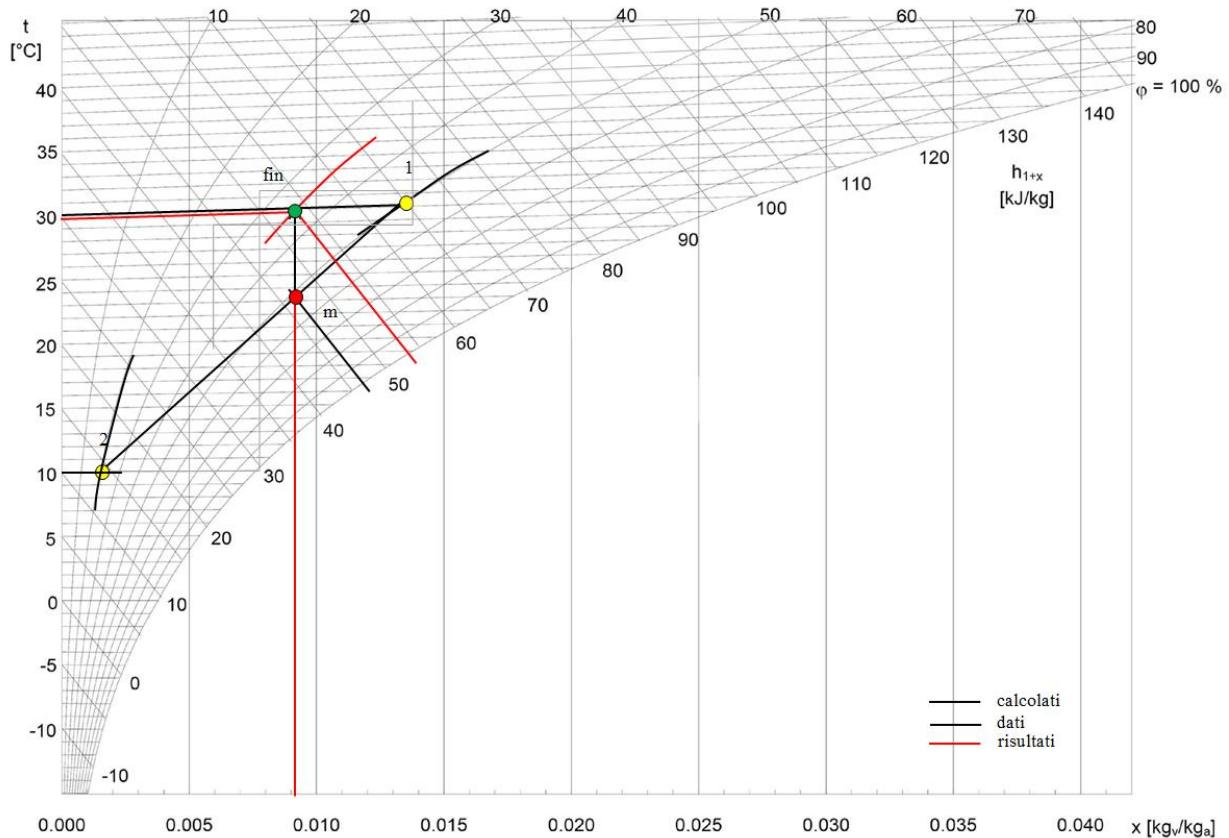
$$t_{fin} = 29,7^\circ C$$

$$p_{vs}(29,7) = 4168 \text{ Pa}$$

$$0,0091 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot 4168}{101325 - \varphi \cdot 4168}$$

$$\varphi = 35\%$$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



### Esercizio 37 (Esame del 14/02/2013)

Prima di entrare in un'unità di trattamento aria, una portata di aria esterna di  $5000 \text{ m}^3/\text{h}$  viene mescolata con una portata di aria di ricircolo di  $3000 \text{ m}^3/\text{h}$ . Le condizioni dell'aria esterna sono  $t_e = 34^\circ\text{C}$  e  $U_{Re} = 70\%$ , mentre le condizioni dell'aria nell'ambiente interno sono  $t_i = 22^\circ\text{C}$  e  $U_{Ri} = 60\%$ . Sapendo che l'aria in uscita dalla UTA presenta una temperatura di  $20^\circ\text{C}$  e un'umidità relativa del 40%, si chiede di tracciare sul diagramma psicrometrico di Mollier, in modo chiaro ed inequivocabile, le trasformazioni subite dalla portata d'aria di miscela nella UTA, e calcolare:

- il titolo, l'entalpia specifica e la temperatura della portata d'aria di miscela al suo ingresso nella UTA;
- le potenze termiche scambiate nella UTA;
- la portata di acqua di deumidificazione.

### Svolgimento

$$\text{a)} \quad \dot{m} = \dot{V} \cdot \rho$$

$$t_1 = 34^\circ\text{C} \quad \varphi_1 = 70\% \quad \dot{m}_1 = \frac{5000}{3600} \cdot 1,2 = 1,67 \text{ kg/s}$$

$$t_2 = 22^\circ\text{C} \quad \varphi_2 = 60\% \quad \dot{m}_2 = \frac{3000}{3600} \cdot 1,2 = 1 \text{ kg/s}$$

Dal diagramma di Mollier:

$$x_1 = 0,024 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$x_2 = 0,010 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h_1 = 95 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = 47 \text{ kJ/kg}$$

$$x_m = \frac{x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} = \frac{0,024 \cdot 1,67 + 0,01 \cdot 1}{2,67} = 0,019 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h_m = \frac{h_1 \cdot m_1 + h_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2} = \frac{95 \cdot 1,67 + 47 \cdot 1}{2,67} = 77 \text{ kJ/kg}$$

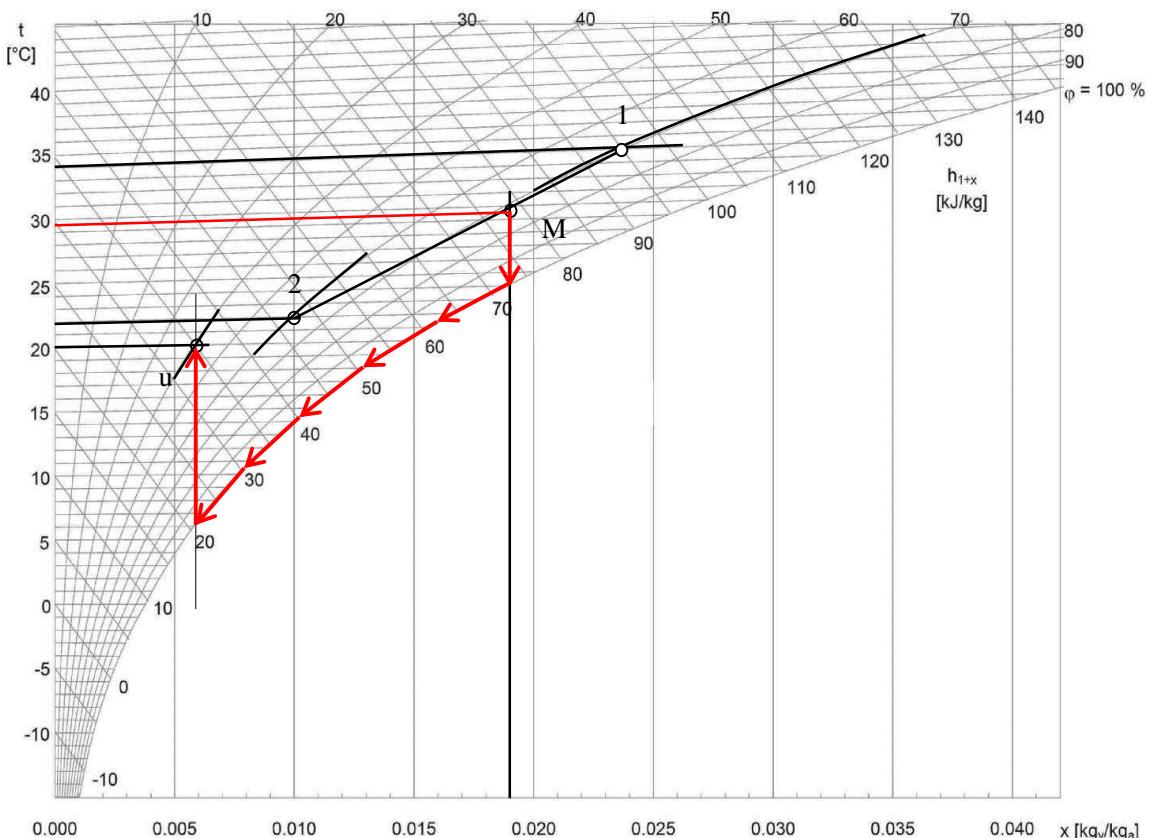
$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

$$t = \frac{h - r_0 \cdot x}{c_{pa} + c_{pv} \cdot x}$$

$$t_m = \frac{77 - 2500 \cdot 0,019}{1 + 1,9 \cdot 0,019} = 28,5^\circ\text{C}$$

- b)  $Q_{m,4} = \dot{m} \cdot (h_m - h_4) = 2,67 \cdot (77 - 20) = 152,2 \text{ kW}$   
 $Q_{4,5} = \dot{m} \cdot (h_5 - h_4) = 2,67 \cdot (35 - 20) = 40 \text{ kW}$
- c)  $\dot{m}_v = \dot{m}_a (x_3 - x_4) = 2,67 \cdot (0,019 - 0,006) = 0,0347 \text{ kg/s}$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



**Esercizio 38 (Tema d'esame)**

Una portata d'aria esterna di  $10\text{m}^3/\text{min}$  entra in un condizionatore a  $30^\circ\text{C}$  e umidità relativa dell'80% ed esce alla temperatura di  $14^\circ\text{C}$  in condizioni di saturazione.

- a) Si calcoli la potenza termica scambiata.

La portata in uscita dal condizionatore viene miscelata adiabaticamente con una portata d'aria esterna di  $20\text{ m}^3/\text{min}$  a  $30^\circ\text{C}$  e 60% di umidità relativa.

- b) Si determini il titolo, l'entalpia, l'umidità relativa e la temperatura della miscela d'aria.

Si consideri la massa volumica dell'aria secca pari a  $\rho_a = 1,2 \text{ kg/m}^3$ .

**Svolgimento**

$$\text{a)} \quad \dot{Q} = \dot{m}_a \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\dot{m}_a = \frac{10}{60} \cdot 1,2 = 0,2 \text{ kg/s}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)}$$

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{0,8 \cdot 4241}{101325 - 0,8 \cdot 4241} = 0,02155 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$x_2 = 0,622 \cdot \frac{1 \cdot 1598}{101325 - 1 \cdot 1598} = 0,009967 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

$$h_1 = 1 \cdot 30 + 0,02155 \cdot (1,9 \cdot 30 + 2500) = 85,10 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = 1 \cdot 14 + 0,009967 \cdot (1,9 \cdot 14 + 2500) = 39,18 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{Q} = 0,2 \cdot (85,10 - 39,18) = 9,2 \text{ kW}$$

$$\text{b)} \quad \dot{m}_{a3} = \frac{20}{60} \cdot 1,2 = 0,4 \text{ kg/s}$$

$$x_3 = 0,622 \cdot \frac{0,6 \cdot 4241}{101325 - 0,6 \cdot 4241} = 0,0160 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h_3 = 1 \cdot 30 + 0,0160 \cdot (1,9 \cdot 30 + 2500) = 70,91 \text{ kJ/kg}$$

$$x_m = \frac{x_2 \cdot m_a + x_3 \cdot m_{a3}}{m_a + m_{a3}}$$

$$x_m = \frac{0,009967 \cdot 0,2 + 0,0160 \cdot 0,4}{0,2 + 0,4} = 0,014 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h_m = \frac{h_2 \cdot m_a + h_3 \cdot m_{a3}}{m_a + m_{a3}}$$

$$h_m = \frac{39,18 \cdot 0,2 + 70,91 \cdot 0,4}{0,2 + 0,4} = 60,33 \text{ kJ/kg}$$

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

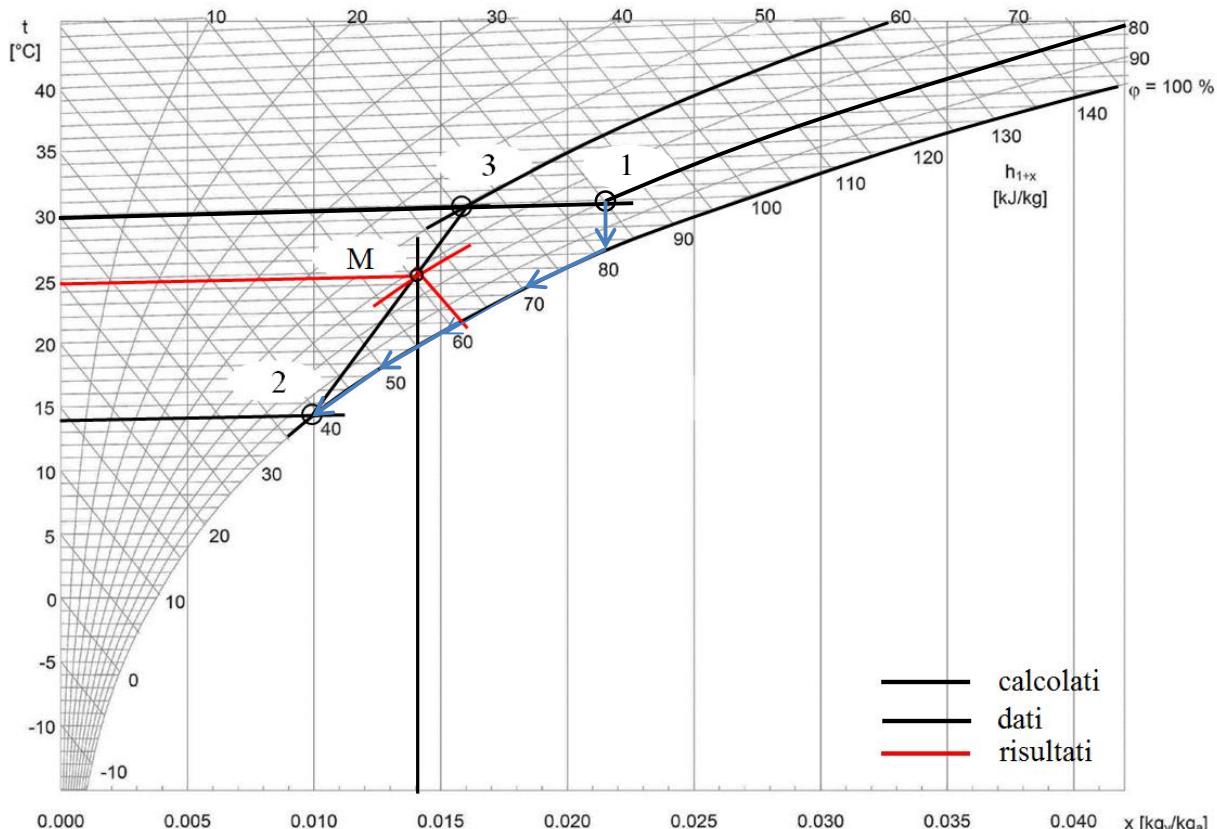
$$t = \frac{h - r_0 \cdot x}{c_{pa} + c_{pv} \cdot x}$$

$$t_m = \frac{60,33 - 2500 \cdot 0,014}{1 + 1,9 \cdot 0,014} = 24,7^\circ\text{C}$$

$$x_m = 0,622 \cdot \frac{\varphi_m \cdot p_{vs}(t_m)}{p - \varphi_m \cdot p_{vs}(t_m)}$$

$$0,014 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_m \cdot 3110}{10135 - \varphi_m \cdot 3110} \gg \varphi_m = \frac{101325 \cdot 0,014}{0,014 \cdot 3110 + 0,622 \cdot 3110} = 0,72 = 72\%$$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



**Esercizio 39 (Tema d'esame)**

Un sistema di condizionamento dell'aria deve trattare una portata di  $45 \text{ m}^3/\text{min}$  di aria esterna alla temperatura di  $10^\circ\text{C}$  e  $30\%$  di umidità relativa per portarla alle condizioni di immissione in ambiente di  $20^\circ\text{C}$ . L'aria proveniente dall'esterno viene portata alla temperatura di  $22^\circ\text{C}$  nella sezione di riscaldamento. Successivamente viene fatta passare nella sezione in cui subisce un processo di saturazione adiabatica che la porta ad avere un titolo di  $0,00726 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$ . In ultimo l'aria viene riscaldata dalla batteria di post riscaldamento fino alle temperature di  $20^\circ\text{C}$ . Ipotizzando che il processo si verifichi alla pressione atmosferica si calcoli:

- a) La potenza termica che deve fornire la batteria nella prima sezione di riscaldamento;
- b) L'entalpia e la temperatura dell'aria in uscita dall'umidificatore;
- c) L'umidità relativa dell'aria che verrà immessa in ambiente.

Si consideri la massa volumica dell'aria secca pari a  $\rho_a = 1,2 \text{ kg/m}^3$

### Svolgimento

- a) Trasformazione di riscaldamento isotitolo  $x_1=x_2$ , mentre nella sezione di deumidificazione  $x_3>x_2$ .

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\dot{m} = \dot{V} \cdot \rho$$

$$45 \text{ m}^3 / \text{min} \cdot \frac{1}{60} = 0,75 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\dot{m} = 0,75 \cdot 1,2 = 0,9 \text{ kg} / \text{s}$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)}$$

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{0,3 \cdot 1227}{101325 - 0,3 \cdot 1227} = 0,00227 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$x_2 = x_1$$

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

$c_{pa}$  = calore specifico dell' aria secca a 1013 mbar

$c_{pv}$  = calore specifico del vapore a 6 mbar

$r_0$  = calore di vaporizzazione dell' acqua a 0°C e a 6mbar

$$h_1 = 1 \cdot 10 + 0,00227 \cdot (1,9 \cdot 10 + 2500) = 15,72 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$h_2 = 1 \cdot 22 + 0,00227 \cdot (1,9 \cdot 22 + 2500) = 27,77 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$\dot{Q} = 0,9 \cdot (27,77 - 15,72) = 10,91 \text{ kJ} / \text{s} = 10,84 \text{ kW}$$

- b)  $h_2 = h_3 = 27,77 \text{ kJ} / \text{kg}$  trasformazione isoentalpica

$$\varphi_3 = 100\%$$

$$x_3 = x_4 = 0,00726 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

$$t = \frac{h - r_0 \cdot x}{c_{pa} + c_{pv} \cdot x}$$

$$t_3 = \frac{27,77 - 2500 \cdot 0,00726}{1 + 1,9 \cdot 0,00726} = 9,5^\circ C$$

- c)

$$x_4 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)}$$

$$0,00726 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot 2337}{10135 - \varphi \cdot 2337} \gg \varphi = \frac{101325 \cdot 0,00726}{0,00726 \cdot 2337 + 0,622 \cdot 2337} = 0,50 = 50\%$$

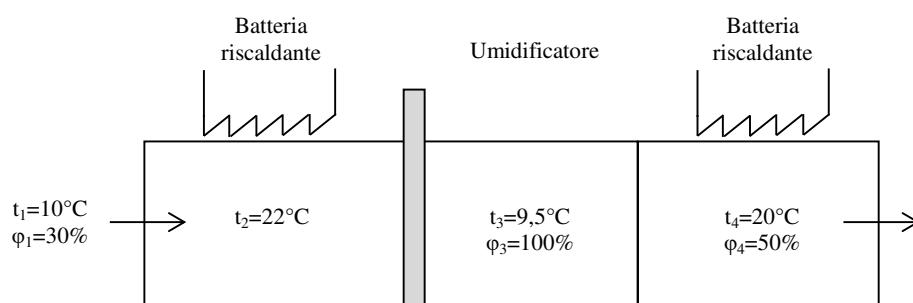
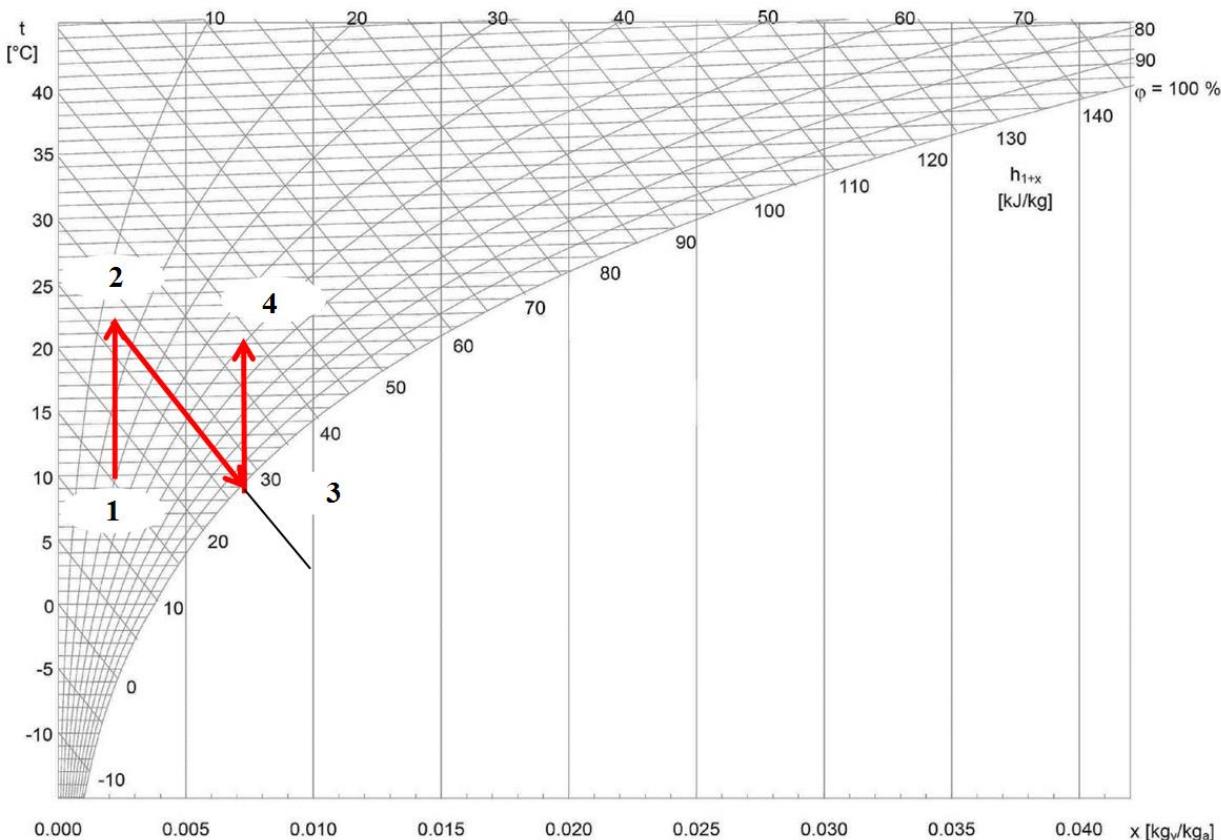


DIAGRAMMA DI MOLLIER



#### Esercizio 40 (Tema d'esame)

Un impianto di condizionamento tratta una portata d'aria di  $5000 \text{ m}^3/\text{h}$ , di cui  $3000 \text{ m}^3/\text{h}$  di ricircolo ( $t_i = 20^\circ\text{C}$ ;  $UR_i = 55\%$ ) e  $2000 \text{ m}^3/\text{h}$  di rinnovo prelevata dall'ambiente esterno ( $t_e = 0^\circ\text{C}$ ;  $UR_e = 60\%$ ). Nell'impianto l'aria subisce trasformazioni di riscaldamento, saturazione adiabatica e post-riscaldamento, fino ad essere immessa in ambiente alla temperatura di mandata  $t_{\text{mand}} = 28^\circ\text{C}$  ed umidità  $UR_{\text{mand}} = 45\%$ . Tracciare sul diagramma psicrometrico le trasformazioni subite dall'aria e calcolare:

- d) le condizioni psicrometriche dell'aria in ingresso nell'impianto;
- a) la potenze termiche di riscaldamento e post-riscaldamento;
- b) la portata d'acqua di umidificazione.

Si consideri la massa volumica dell'aria secca pari a  $\rho_a = 1,2 \text{ kg/m}^3$ .

#### Svolgimento

$$\text{a)} \quad \dot{m}_i = \dot{V}_i \cdot \rho = \frac{3000}{3600} \cdot 1,2 = 1 \text{ kg/s} \quad \dot{m}_i (\text{aria di ricircolo})$$

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{vs}(t)}{p - \varphi \cdot p_{vs}(t)}$$

$$x_i = 0,622 \cdot \frac{0,55 \cdot 2337}{101325 - 0,55 \cdot 2337} = 0,008 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

$$h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0)$$

$$h_i = 1 \cdot 20 + 0,008 \cdot (1,9 \cdot 20 + 2500) = 40,30 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{m}_e = \dot{V}_e \cdot \rho = \frac{2000}{3600} \cdot 1,2 = 0,67 \text{ kg/s} \quad (\text{aria di rinnovo})$$

$$x_e = 0,622 \cdot \frac{0,6 \cdot 611}{101325 - 0,6 \cdot 611} = 0,0022 \text{ kg_v / kg_a}$$

$$h_e = 1 \cdot 0 + 0,0022 \cdot (1,9 \cdot 0 + 2500) = 5,5 \text{ kJ/kg}$$

$$x_{in} = \frac{x_i \cdot m_i + x_e \cdot m_e}{m_i + m_e}$$

$$x_{in} = \frac{0,008 \cdot 1 + 0,0022 \cdot 0,67}{1 + 0,67} = 0,0057 \text{ kg_v / kg_a}$$

$$h_m = \frac{h_i \cdot m_i + h_e \cdot m_e}{m_i + m_e}$$

$$h_m = \frac{40,30 \cdot 1 + 5,5 \cdot 0,67}{1 + 0,67} = 26,34 \text{ kJ/kg}$$

$$t = \frac{h - r_0 \cdot x}{c_{pa} + c_{pv} \cdot x}$$

$$t_{in} = \frac{26,34 - 2500 \cdot 0,0057}{1 + 1,9 \cdot 0,0057} = 12^\circ C$$

b)  $\dot{Q}_{riscaldamento} = \dot{m}_a \cdot (h_1 - h_{in})$

$$\dot{Q}_{postriscaldamento} = \dot{m}_a \cdot (h_m - h_2)$$

$$h_m = 26,34 \text{ kJ/kg}$$

$$x_m = 0,622 \cdot \frac{0,45 \cdot 3778}{101325 - 0,45 \cdot 3778} = 0,011 \text{ kg_v / kg_a}$$

$$h_m = 1 \cdot 28 + 0,011 \cdot (1,9 \cdot 28 + 2500) = 56,08 \text{ kJ/kg}$$

$$h_1 = h_2$$

$$x_2 = x_m = 0,011 \text{ kg_v / kg_a}$$

$$\varphi_2 = 100\%$$

Calcolo la temperatura di t<sub>2</sub>

$$0,011 = 0,622 \cdot \frac{1 \cdot p_{vs}(t_2)}{101325 - 1 \cdot p_{vs}(t_2)} \gg p_{vs}(t_2) = 1761 \text{ Pa}$$

t<sub>2</sub>=15,5°C da tabella per p<sub>vs</sub>(t<sub>2</sub>)=1761Pa

$$h_2 = 1 \cdot 15,5 + 0,011 \cdot (1,9 \cdot 15,5 + 2500) = 43,32 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{Q}_{riscaldamento} = 1,67 \cdot (43,32 - 26,34) = 28,36 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_{postriscaldamento} = 1,67 \cdot (56,08 - 43,32) = 21,31 \text{ kW}$$

c)  $\Delta \dot{m}_v = (x_2 - x_1) \cdot \dot{m}_{atot} = (0,011 - 0,0057) \cdot 1,67 = 0,0088 \text{ kg/s} = 8,8 \text{ g/s}$

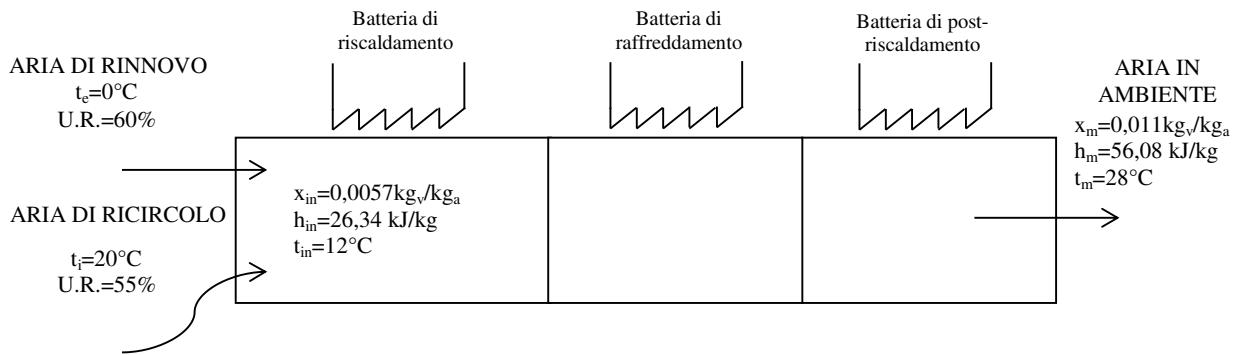
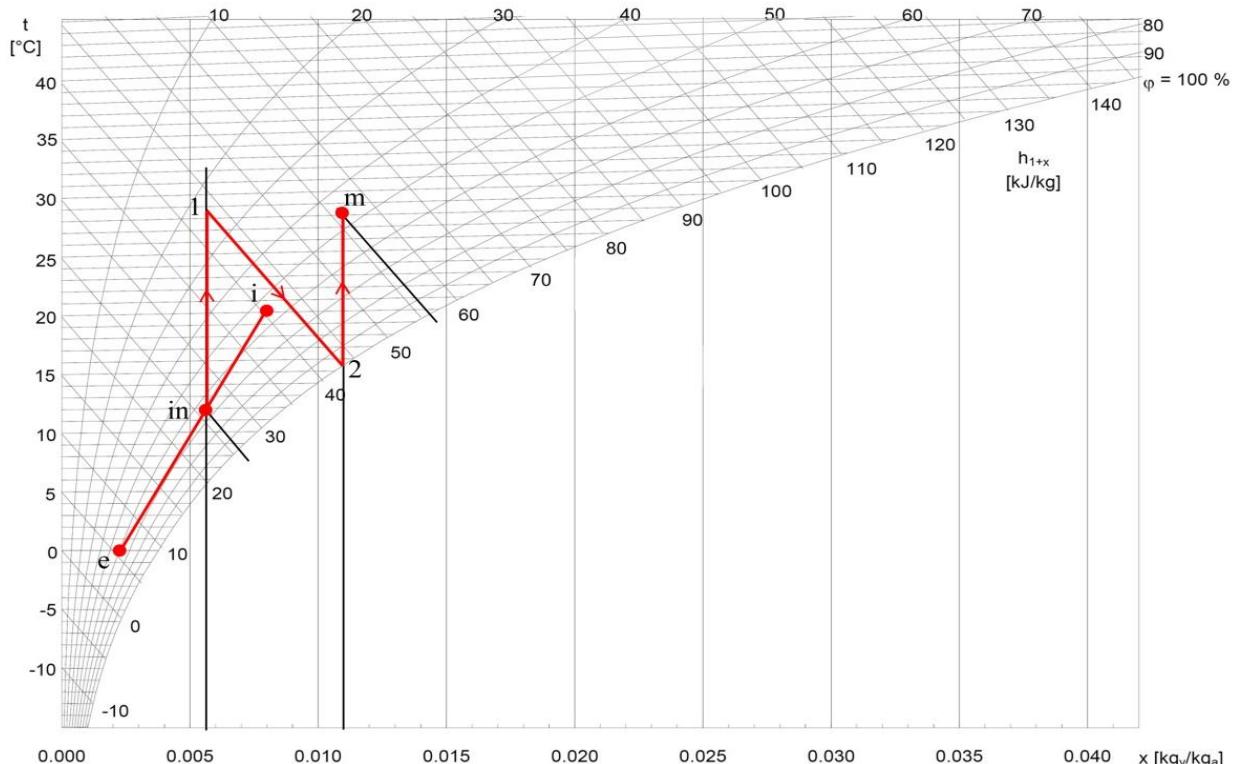


DIAGRAMMA DI MOLLIER



**Esercizio 41** (Esame del 22/07/2013)

Un impianto a tutt'aria serve 10 uffici (di dimensioni  $3 \times 3 \times 3 \text{m}^3$ ) ognuno occupato da una persona. La portata d'aria richiesta per garantire la qualità dell'aria negli uffici è di  $11 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  a persona. L'impianto tratta una portata d'aria esterna che si trova alla temperatura di  $5^\circ\text{C}$  e 40% di umidità relativa. L'aria proveniente dall'esterno subisce dapprima un processo di riscaldamento che la porta ad avere un'entalpia di  $30 \text{ kJ/kg}$ , successivamente viene fatta passare nella sezione in cui subisce un processo di umidificazione adiabatica che la porta ad avere un titolo di  $0,008 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$ . In ultimo, l'aria viene riscaldata dalla batteria di post riscaldamento fino alle temperature di  $20^\circ\text{C}$ . Ipotizzando che il processo si verifichi alla pressione atmosferica, si disegnino sul diagramma di Mollier le trasformazioni subite dalla portata d'aria e si determinino per via analitica:

- a) la portata d'aria totale che l'impianto deve fornire per servire i 10 uffici e i ricambi d'aria  $n$  richiesti dai 10 uffici;

- b) la potenza termica che deve essere fornita alla batteria nella prima sezione di riscaldamento;
- c) la temperatura e l'entalpia dell'aria in uscita dall'umidificatore;
- d) l'umidità relativa dell'aria immessa in ambiente.

Si consideri la massa volumica dell'aria pari a  $\rho_a = 1,2 \text{ kg/m}^3$ .

**Svolgimento**

a<sub>1</sub>)  $\dot{V} = 11 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 0,11 \text{ m}^3 / s$   
 $\dot{m} = 0,11 \cdot 1,2 = 0,132 \text{ kg/s}$

a<sub>2</sub>)  $V = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ m}^3 \quad V_{\text{tot}} = 27 \cdot 10 = 270 \text{ m}^3$

$$0,11 \text{ m}^3 / \text{s} \cdot 3600 = 396 \text{ m}^3 / \text{h}$$

$$\text{vol/h} = \frac{396}{270} = 1,47 \text{ vol/h}$$

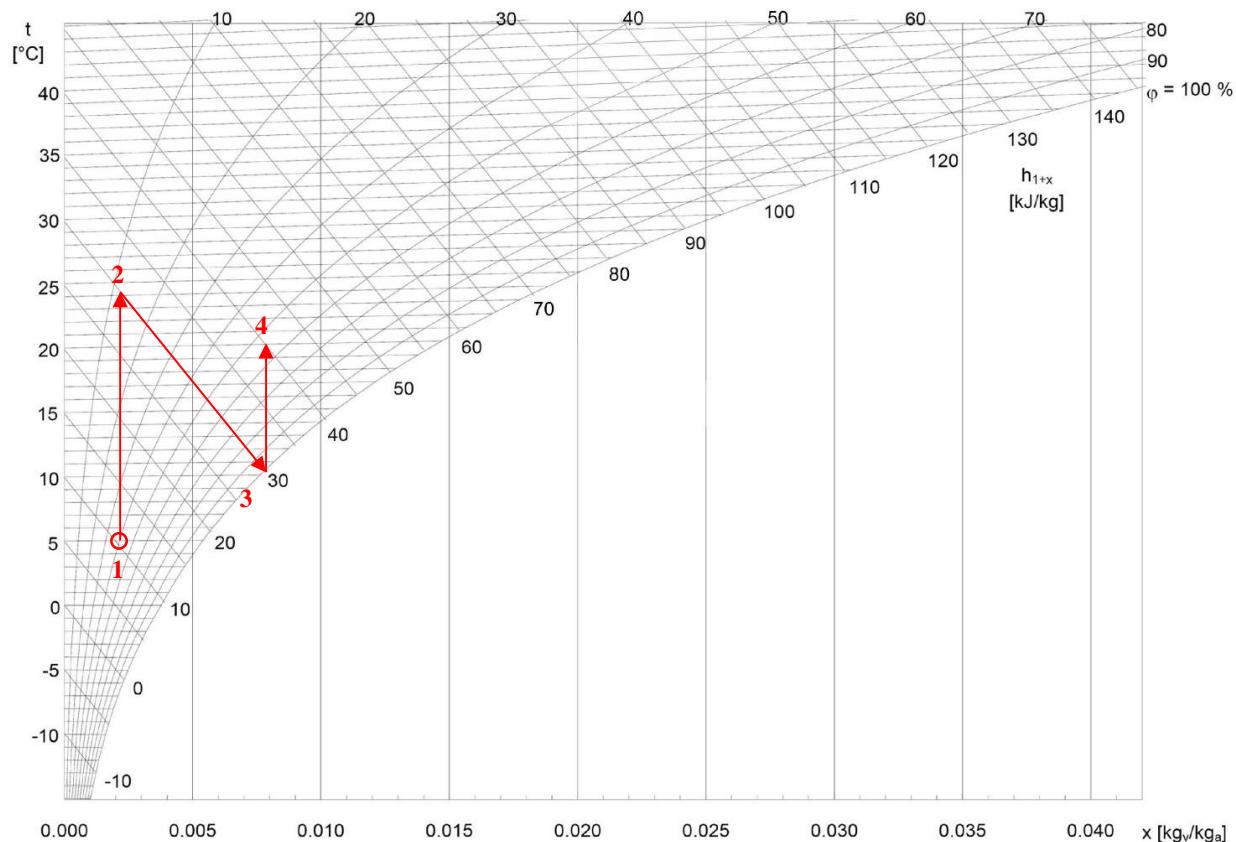
b)  $\dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1)$   
 $P_{\text{vs}}(5^\circ\text{C}) = 872 \text{ Pa}$   
 $x_1 = x_2 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{\text{vs}}(t)}{p - \varphi \cdot p_{\text{vs}}(t)} = 0,622 \cdot \frac{0,4 \cdot 872}{101325 - 0,4 \cdot 872} = 0,0022 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$   
 $h = c_{pa} \cdot t + x \cdot (c_{pv} \cdot t + r_0) = 1 \cdot 5 + 0,0022 \cdot (1,9 \cdot 5 + 2500) = 10,52 \text{ kJ/kg}$   
 $\dot{Q} = \dot{m} \cdot (h_2 - h_1) = 0,132 \cdot (30 - 10,52) = 2,57 \text{ kW}$

$$h_2 = h_3 = 30 \text{ kJ/kg} \quad \varphi_3 = 100\% \quad x_3 = x_4 = 0,008 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

c<sub>1</sub>)  $t = \frac{h - r_0 \cdot x}{c_{pa} + c_{pv} \cdot x} \quad t_3 = \frac{30 - 2500 \cdot 0,008}{1 + 1,9 \cdot 0,008} = 9,9^\circ\text{C}$

d)  $P_{\text{vs}}(20^\circ\text{C}) = 2337 \text{ Pa}$   
 $0,008 = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot 2337}{101325 - \varphi \cdot 2337}$   
 $\varphi = \frac{101325 \cdot 0,008}{0,008 \cdot 2337 + 0,622 \cdot 2337} = \frac{810,6}{18,696 + 1453,614} = 0,55 = 55\%$

DIAGRAMMA DI MOLLIER



**Esercizio 42 (Esame del 02/2013)**

Una parete verticale con conduttanza termica di  $5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  è formata da uno strato di calcestruzzo alleggerito di 20 cm ( $\delta = 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ kg}/(\text{s}\cdot\text{m}\cdot\text{Pa})$ ). Tale parete divide l'ambiente interno, a temperatura di  $18^\circ\text{C}$  e umidità relativa del 75%, da quello esterno a una temperatura di  $-5^\circ\text{C}$ .

- a) Si calcoli la trasmittanza termica e la permeanza della parete.
- b) Si verifichi se si ha presenza di condensazione superficiale sul lato interno della parete.
- c) In caso affermativo al punto b), si calcoli il minimo incremento di resistenza termica della parete affinché non si verifichi la condensazione superficiale.

Sono noti il coefficiente di scambio termico liminare interno pari a  $8 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e il coefficiente di scambio termico liminare esterno pari a  $25 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .

**Svolgimento**

a)

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \frac{1}{C} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{8} + \frac{1}{5} + \frac{1}{25}} = 2,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

$$M = \frac{1}{\frac{s}{\delta}} = \frac{1}{\frac{0,20}{3,1 \cdot 10^{-11}}} = 1,55 \cdot 10^{-10} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2\text{sPa}}$$

b)

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = U \cdot (t_i - t_e) \quad \text{verificare se } t_{si} > t_r$$

$$\dot{q} = h_i \cdot (t_i - t_{si})$$

$$t_{si} = t_i - \frac{U}{h_i} (t_i - t_e)$$

$$t_{si} = 18 - \frac{2,7}{8} (18 + 5) = 10,2^\circ\text{C}$$

Calcolo il titolo dell'aria interna:

$$x_i = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}}{p - \varphi \cdot p_{vs}} = 0,622 \frac{0,75 \cdot 2063}{101325 - 0,75 \cdot 2063} = 0,00964 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

Calcolo la  $p_{vs}(t)$  corrispondente alla temperatura di rugiada con  $x_i$  e UR=100%

$$p_{vs}(t) = \frac{p \cdot x}{0,622 + x} = \frac{101325 \cdot 0,00964}{0,622 + 0,00964} = 1546,4 \text{ Pa}$$

$$t_r \cong 13,5^\circ\text{C}$$

$t_{pi} < t_r$  SI CONDENSA

c)

$$U \cdot (t_i - t_e) = h_i \cdot (t_i - t_{si})$$

$$t_{si} = t_r$$

$$U_{\max} = \frac{h_i \cdot (t_i - t_r)}{(t_i - t_e)} = \frac{8 \cdot (18 - 13,5)}{20 + 5} = 1,56 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$R_{\max} = \frac{1}{U_{\max}} = \frac{1}{1,56} = 0,64 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$$

$$U_{iniziale} = 2,7 \frac{\text{W}}{(\text{m}^2\text{K})}$$

$$R_{iniziale} = \frac{1}{2,7} = 0,37 \frac{(\text{m}^2\text{K})}{\text{W}}$$

$$\Delta R = R_{\max} - R_{ini} = 0,64 - 0,37 = 0,27 \frac{(\text{m}^2\text{K})}{\text{W}}$$

### Esercizio 43 (Esame del 17-09-2013)

Una cascina da ristrutturare presenta le pareti esterne costituite da una muratura in pietrame con una trasmittanza termica di  $1,9 \text{ W/m}^2\text{K}$  e spessore di 50 cm.

Le resistenze superficiali interne ed esterne sono rispettivamente pari a:  $R_{si} 0,13 \text{ m}^2\text{K/W}$  e  $R_{se} 0,04 \text{ m}^2\text{K/W}$ .

Considerando la temperatura dell'aria interna di  $20^\circ\text{C}$ , l'umidità relativa interna del 70%, la temperatura dell'aria esterna di  $-8^\circ\text{C}$  e umidità relativa del 90%, calcolare, verificare e disegnare:

a1) La parete presenta fenomeni di condensa superficiale?

a2) La temperatura superficiale interna

a3) Il valore di trasmittanza termica limite (al di sopra del quale si verificano rischi di condensa superficiale)

b) Lo spessore di isolante termico da inserire sul lato verso l'interno della parete per avere una trasmittanza termica di  $0,5 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Si consideri una conducibilità termica dell'isolante di  $0,04 \text{ W/mK}$ .

c) L'andamento della temperatura negli strati della parete dopo l'intervento indicando i valori di temperatura calcolati all'interfaccia dei diversi strati

d) Se la parete presenta fenomeni di condensa interstiziale. Si consideri il fattore di resistenza alla trasmissione del vapore ( $\mu$ ) dell'isolante pari a 213 (-) e delle murature in pietrame 70 (-).

### Svolgimento

a)

Temperatura di rugiada da Mollier  $\sim 14^\circ\text{C}$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = U \cdot (t_i - t_e) = h_i \cdot (t_i - t_{si}) = \frac{(t_i - t_{si})}{R_{si}}$$

$$t_{si} = t_i - U \cdot (t_i - t_e) \cdot R_{si} = 20 - 1,9 \cdot (20 + 8) \cdot 0,13 = 13,1^\circ\text{C}$$

$$t_{si} < t_r$$

**SI CONDENSA SUPERFICIALE**

b)

$$U \cdot (t_i - t_e) = h_i \cdot (t_i - t_{si})$$

$$t_{pi} = t_r$$

$$U_{\max} = \frac{h_i \cdot (t_i - t_r)}{(t_i - t_e)} = \frac{0,13 \cdot (20 - 14)}{20 + 8} = 1,65 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$R_{finale} - R_{muro} = \Delta R$$

$$\frac{1}{0,5} - \frac{1}{1,9} = 2 - 0,53 = 1,47 \text{ } m^2 K/W$$

$$R = \frac{s}{\lambda} \rightarrow s = R \cdot \lambda = 1,47 \cdot 0,04 = 0,059 \text{ } m \equiv 6 \text{ cm}$$

c)

$$U_{parete} = 0,5 \text{ W/m}^2 K$$

$$\dot{q} = U \cdot (t_i - t_e) = 0,5 \cdot (20 + 8) = 14 \text{ W/m}^2$$

$$\dot{q} = h_i \cdot (t_i - t_{si})$$

$$14 = \frac{1}{0,13} \cdot (20 - t_{si}) \quad t_{pi} = 18,18^\circ C$$

oppure

$$t_{si} = t_i - U \cdot (t_i - t_e) \cdot R_{si} = 20 - 0,5 \cdot 28 \cdot 0,13 = 18,18^\circ C$$

$$t_{12} = t_{si} - U \cdot (t_i - t_e) \cdot R_i = 18,2 - 0,5 \cdot 28 \cdot 1,47 = -2,4^\circ C$$

$$t_{se} = t_e + U \cdot (t_i - t_e) \cdot R_{se} = -8 + 0,5 \cdot 28 \cdot 0,04 = -7,44^\circ C$$

oppure

Calcolo R da U parete sottraendo R<sub>si</sub> ed R<sub>se</sub>,

$$R_{pietrame} = R_2 = 1/1,9 - 0,13 - 0,04 = 0,36 \text{ (m}^2\text{K)/W}$$

$$t_{pe} = t_{12} - U \cdot (t_i - t_e) \cdot R_2 = -2,38 - 0,5 \cdot 28 \cdot 0,36 = -7,42^\circ C$$

(scostamento dovuto ad approssimazione)

d)

p<sub>vi</sub> < p<sub>vs</sub>

	t [°C]	p <sub>vs,j</sub> [Pa]	$\Sigma Sd$ [m]
superficie interna	18,2	2089	0
strato 1-2	-2,4	500	12,78
superficie esterna	-7,4	326	47,78

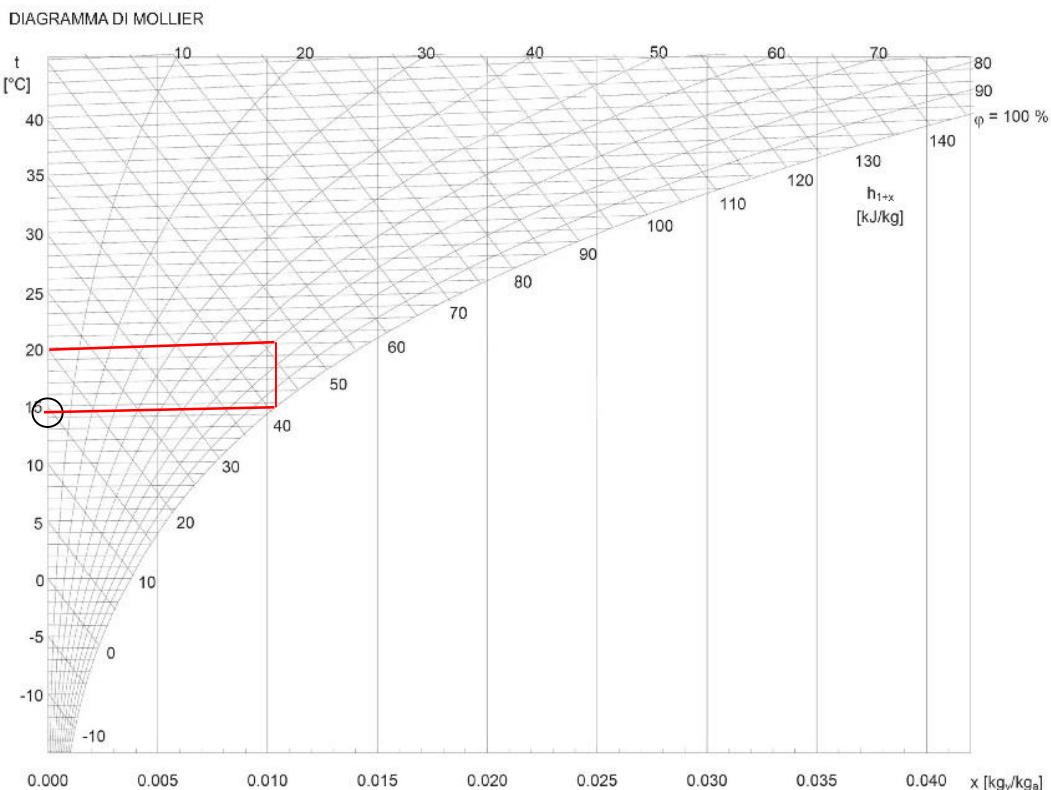
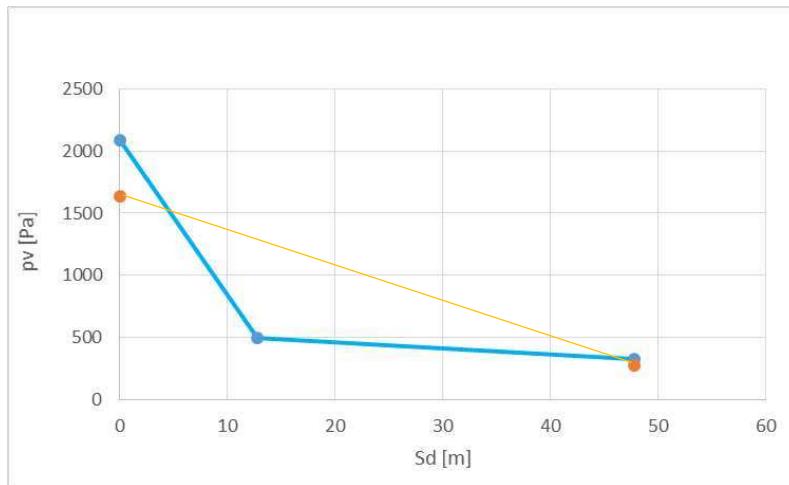
$$Sd = \mu \cdot d$$

$$Sd_{12} = 213 \cdot 0,06 = 12,78 \text{ m}$$

$$Sd_e = 70 \cdot 0,5 = 35 \text{ m}$$

$$p_{vi} = U \cdot R_i \cdot p_{vs(tai)}$$

$$p_{ve} = U \cdot R_e \cdot p_{vs(tae)}$$



$$p_{vi} = 0,70 \cdot 2337 = 1635,9 \text{ Pa}$$

$$p_{ve} = 0,90 \cdot 309 = 278,1 \text{ Pa}$$

Da grafico: SI CONDENSA INTERSTIZIALE

#### Esercizio 44 (Esame del 02/2013)

Le pareti di un edificio esistente sono costituite da un doppio corso di mattoni affiancati ( $s=12 \text{ cm}$ ,  $\lambda=0,9 \text{ W/mK}$ ,  $\delta=20 \times 10^{-12} \text{ kg/msPa}$ )

Per migliorare le prestazioni energetiche dell'edificio si vuole intervenire isolando con un cappotto interno in pannelli a base di aerogel ( $\lambda=0,016 \text{ W/(mK)}$ , coefficiente di resistenza alla diffusione del vapore  $\mu=10$ ). Si chiede di calcolare e di verificare:

- a) Lo spessore dell'isolante perché la pareti abbiano una trasmittanza termica di  $0,3 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$   
 b) Se esiste il rischio di condensa interstiziale e superficiale.

Si consideri che all'esterno ci sia una temperatura di  $-8^\circ\text{C}$  e umidità relativa del 30% mentre all'interno dell'edificio una temperatura di  $20^\circ\text{C}$  e umidità relativa del 50%. Sono noti il coefficiente di scambio termico liminare interno pari a  $10 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e il coefficiente di scambio termico liminare esterno pari a  $23 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .

### Svolgimento

a)

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \sum \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{0,12}{0,9} \cdot 2 + \frac{1}{23}} = 2,44 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$$

$$\Delta R = R^* - R$$

$$R = \frac{1}{2,44} = 0,41 \text{ m}^2 \text{ K} / \text{W}$$

$$R^* = \frac{1}{0,3} = 3,33 \text{ m}^2 \text{ K} / \text{W}$$

$$\Delta R = 3,33 - 0,41 = 2,92 \text{ m}^2 \text{ K} / \text{W}$$

resistenza addizionale da aggiungere alla parete perché arrivi ad avere una U di  $0,3 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$

$$\Delta R = \frac{s_{\text{isolante}}}{\lambda_{\text{isolante}}} \quad 2,92 = \frac{s_{\text{isolante}}}{0,016} \quad s_{\text{isolante}} = 0,047 \text{ m} = 4,7 \text{ cm}$$

Verifica

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \sum \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{0,12}{0,9} \cdot 2 + \frac{0,047}{0,016} + \frac{1}{23}} = 0,3 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$$

b)

Verifica della condensa superficiale

t superficiale della parete > t aria interna di rugiada

$$t_{si} = ti - \frac{U}{hi}(ti - te) = 20 - \frac{0,3}{10}(20 - (-8)) = 19,16^\circ\text{C}$$

Temperatura di rugiada calcolo analitico oppure con diagramma di Molliertr:  $\sim 9^\circ\text{C}$

Calcolo il titolo dell'aria interna:

$$x_i = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{vs}}{p - \varphi \cdot p_{vs}} = 0,622 \frac{0,5 \cdot 2337}{101325 - 0,5 \cdot 2337} = 0,00726 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

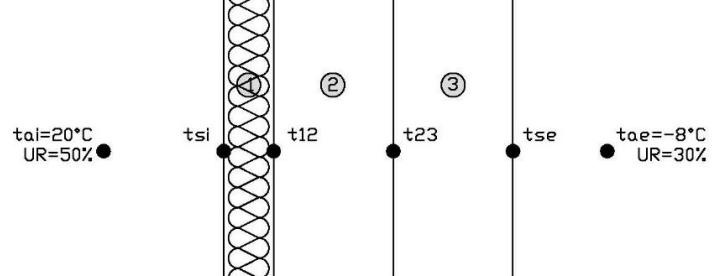
Calcolo la pvs(t) corrispondente alla temperatura di rugiada con  $x_i$  e UR=100%

$$p_{vs}(t) = \frac{101325 \cdot 0,00726}{0,622 + 0,00726} = 1169,0 \text{ Pa}$$

$$t_r = 9,3^\circ\text{C}$$

Non si verificano fenomeni di condensa superficiale perché la temperatura superficiale della parete è maggiore della temperatura di rugiada dell'aria ( $19,16^\circ\text{C} > 9,3^\circ\text{C}$ )

Verifica della condensa interstiziale: occorre verificare per ogni punto della parete che la pressione di vapore sia minore della pressione di saturazione  $p_v < p_{vs}$



$$\frac{\dot{Q}}{A} = U \cdot (t_i - t_e) = h_i \cdot (t_i - t_{si}) = \frac{(t_i - t_{si})}{R_{si}}$$

$$h_i = \frac{1}{R_{si}}$$

$$U \cdot (t_i - t_e) = \frac{(t_i - t_{si})}{R_{si}} >> U \cdot R_{si} \cdot (t_i - t_e) = t_{ai} - t_{si} >> U \cdot R_{si} \cdot (t_i - t_e) - t_i = -t_{si} >>$$

$$t_{si} = t_i - U \cdot R_{si} \cdot (t_i - t_e) = 19,16^\circ C$$

$$t_{12} = t_{si} - U \cdot (t_i - t_e) R_1 = 19,16 - 0,3 \cdot (20 + 8) \cdot \frac{0,047}{0,016} = -5,5^\circ C$$

$$t_{23} = t_{12} - U \cdot (t_i - t_e) R_2 = -5,5 - 0,3 \cdot (28) \cdot \frac{0,12}{0,9} = -6,6^\circ C$$

$$t_{se} = t_{23} - U \cdot (t_i - t_e) R_3 = -6,6 - 0,3 \cdot (28) \cdot \frac{0,12}{0,9} = -7,7^\circ C$$

$$\mu = \frac{\delta a}{\delta}$$

$$\delta a = 193 \cdot 10^{-12} \text{ kg / (smPa)}$$

$$\mu_{mattoni} = \frac{193 \cdot 10^{-12}}{20 \cdot 10^{-12}} = 9,65$$

$$Sd = \mu \cdot d$$

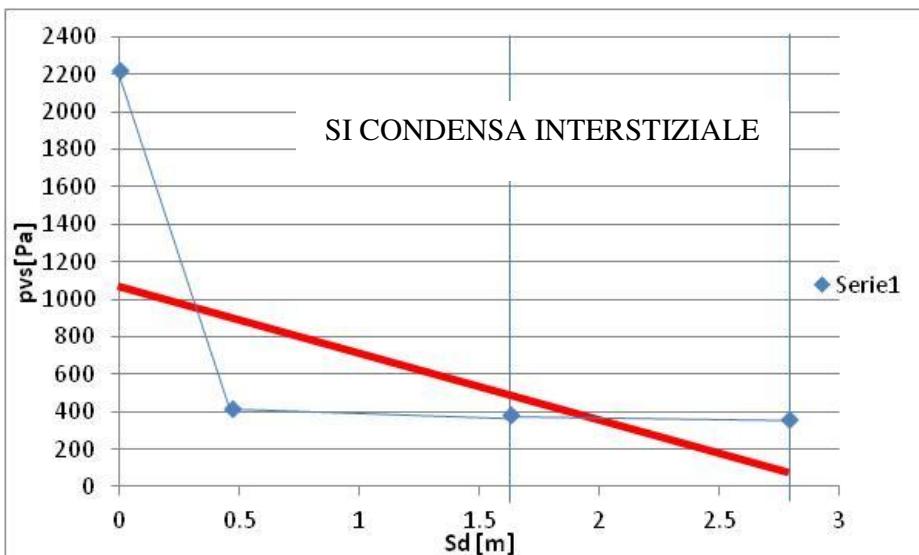
$$Sd_1 = 10 \cdot 0,047 = 0,47 m$$

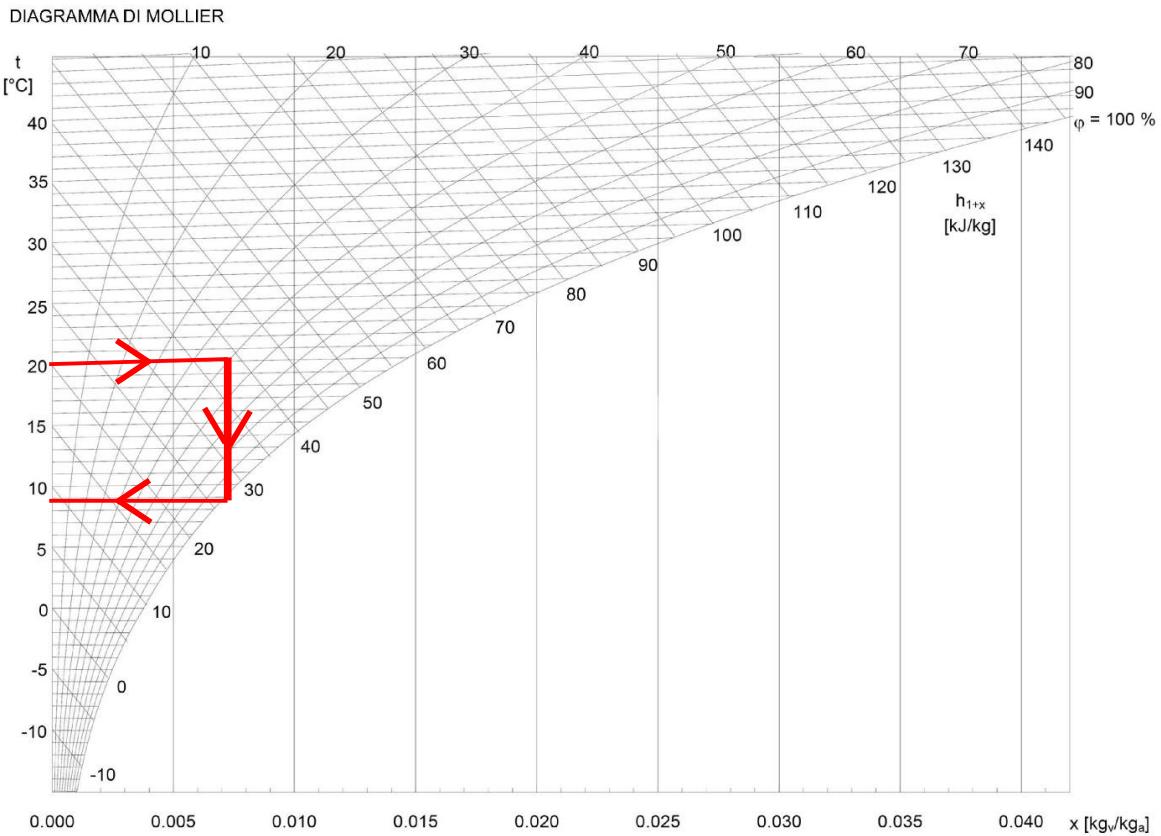
$$Sd_2 = Sd_3 = 9,65 \cdot 0,12 = 1,158 m$$

$$p_{vi} = UR \cdot p_{vs(tai)} = 0,5 \cdot 2337 = 1168,5 Pa$$

$$p_{ve} = UR \cdot p_{vs(tae)} = 0,3 \cdot 309 = 92,7 Pa$$

	$t_j$ [°C]	$p_{vs,j}$ [Pa]	$\Sigma Sd$ [m]
superficie interna	19,16	2224	0
strato 1-2	-5,5	384	0,47
strato 2-3	-6,6	350	1,628
superficie esterna	-7,7	318	2,786





**Esercizio 45 (Esame del 02/2012)**

Una parete verticale è costituita da uno strato esterno di 6 cm di laterizio ( $\lambda = 0,43 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\delta = 2,1 \cdot 10^{-11} \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{Pa})$ ) e da uno strato interno di 8 cm di calcestruzzo ( $\lambda = 0,9 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\delta = 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{Pa})$ ). La temperatura dell'ambiente interno è pari a  $21^\circ\text{C}$ , mentre quella dell'ambiente esterno è pari a  $-4^\circ\text{C}$ ; l'umidità relativa interna è pari al 70%. Sapendo che le adduttanze interna ed esterna sono rispettivamente pari a  $8 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e  $25 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , calcolare:

- la permeanza della parete;
- il flusso termico per unità di superficie che attraversa la parete.

Verificare:

- se in tali condizioni si ha condensa superficiale sul lato interno della parete;
- in caso affermativo, di quanto deve essere incrementata la resistenza termica della parete affinché non si verifichi la condensazione superficiale.

**Svolgimento**

a)

$$M = \frac{1}{\sum \frac{s}{\delta}} = \frac{1}{\frac{0,06m}{2,1 \cdot 10^{-11} \text{ Kg}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{Pa})} + \frac{0,08m}{3,1 \cdot 10^{-11} \text{ Kg}/(\text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{Pa})}} = \\ = \frac{1}{2.857.142.857,14 + 2.580.645.161,3} = 1,84 \cdot 10^{-10} \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{sPa}}$$

b)

$$\dot{Q} = \frac{\dot{Q}}{A} = U \cdot (t_i - t_e)$$

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_i} + \sum \frac{s}{\lambda} + \frac{1}{h_e}} = \frac{1}{\frac{1}{8 \frac{W}{m^2 K}} + \frac{0,06 m}{0,43 \frac{W}{m K}} + \frac{0,08 m}{0,9 \frac{W}{m K}} + \frac{1}{25 \frac{W}{m^2 K}}} =$$

$$= \frac{1}{0,125 + 0,14 + 0,09 + 0,04} = 2,54 \frac{W}{m^2 K}$$

$$\dot{Q} = \frac{Q}{A} = 2,54 \cdot (21 + 4) = 63,5 \frac{W}{m^2}$$

c)

Temperatura di rugiada,  $t_r = 15^\circ C$  (da Mollier)

$$\frac{\dot{Q}}{A} = h_i \cdot (t_i - t_{si}) = U \cdot (t_i - t_e)$$

$$t_{si} = 21 - \frac{2,54}{8} (21 + 4) =$$

$$t_{si} = 13,1^\circ C$$

$t_{si} < t_r$  Condensazione superficiale

c)

$$t_{pi} = t_r = 15^\circ C$$

$$U \cdot (t_i - t_e) = h_i \cdot (t_i - t_{si})$$

$$t_{si} = t_r$$

$$U_{\max} = \frac{h_i \cdot (t_i - t_r)}{(t_i - t_e)} = \frac{8 \cdot (21 - 15)}{21 + 4} = 1,92 W / m^2 K$$

$$U_{\max} = 1,92 \frac{W}{m^2 K} \rightarrow R_{\max} = \frac{1}{U_{\max}} = \frac{1}{1,92} = 0,52 \frac{(m^2 K)}{W}$$

$$R_{\text{iniziale}} = \frac{1}{2,54} = 0,39 \frac{(m^2 K)}{W}$$

$$R_{\text{addizionale}} = 0,52 - 0,39 = 0,13 \frac{(m^2 K)}{W}$$

Corso di Fisica Tecnica Ambientale 2016-17 \_ Prof. V. Serra  
 Termoigrometria 05/12/2016

<i>pressione di saturazione in funzione della temperatura (Pa)</i>										
<i>θ in °C</i>	<b>0</b>	<b>0,1</b>	<b>0,2</b>	<b>0,3</b>	<b>0,4</b>	<b>0,5</b>	<b>0,6</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>0,9</b>
<b>30</b>	4241	4265	4289	4314	4339	4364	4389	4414	4439	4464
<b>29</b>	4003	4026	4050	4073	4097	4120	4144	4168	4192	4216
<b>28</b>	3778	3800	3822	3844	3867	3889	3912	3934	3957	3980
<b>27</b>	3563	3584	3605	3626	3648	3669	3691	3712	3734	3756
<b>26</b>	3359	3379	3399	3419	3440	3460	3480	3501	3522	3542
<b>25</b>	3166	3185	3204	3223	3242	3261	3281	3300	3320	3340
<b>24</b>	2982	3000	3018	3036	3055	3073	3091	3110	3128	3147
<b>23</b>	2808	2825	2842	2859	2876	2894	2911	2929	2947	2964
<b>22</b>	2642	2659	2675	2691	2708	2724	2741	2757	2774	2791
<b>21</b>	2486	2501	2516	2532	2547	2563	2579	2594	2610	2626
<b>20</b>	2337	2351	2366	2381	2395	2410	2425	2440	2455	2470
<b>19</b>	2196	2210	2224	2238	2252	2266	2280	2294	2308	2323
<b>18</b>	2063	2076	2089	2102	2115	2129	2142	2155	2169	2182
<b>17</b>	1937	1949	1961	1974	1986	1999	2012	2024	2037	2050
<b>16</b>	1817	1829	1841	1852	1864	1876	1888	1900	1912	1924
<b>15</b>	1704	1715	1726	1738	1749	1760	1771	1783	1794	1806
<b>14</b>	1598	1608	1619	1629	1640	1650	1661	1672	1683	1693
<b>13</b>	1497	1507	1517	1527	1537	1547	1557	1567	1577	1587
<b>12</b>	1402	1411	1420	1430	1439	1449	1458	1468	1477	1487
<b>11</b>	1312	1321	1330	1338	1347	1356	1365	1374	1383	1393
<b>10</b>	1227	1236	1244	1252	1261	1269	1278	1286	1295	1303
<b>9</b>	1147	1155	1163	1171	1179	1187	1195	1203	1211	1219
<b>8</b>	1072	1080	1087	1094	1102	1109	1117	1124	1132	1140
<b>7</b>	1001	1008	1015	1022	1029	1036	1043	1050	1058	1065
<b>6</b>	935	941	948	954	961	967	974	981	988	994
<b>5</b>	872	878	884	890	897	903	909	915	922	928
<b>4</b>	813	819	824	830	836	842	848	854	860	866
<b>3</b>	757	763	768	774	779	785	790	796	801	807
<b>2</b>	705	710	715	721	726	731	736	741	747	752
<b>1</b>	656	661	666	671	676	680	685	690	695	700
<b>0</b>	611	615	619	624	629	633	638	642	647	652
<b>-1</b>	562	567	571	576	581	586	591	596	601	605
<b>-2</b>	517	521	526	530	535	539	544	548	553	557
<b>-3</b>	475	479	484	488	492	496	500	504	509	513
<b>-4</b>	437	441	444	448	452	456	460	464	468	471
<b>-5</b>	401	405	408	412	415	419	422	426	430	433
<b>-6</b>	368	371	375	378	381	384	388	391	394	398
<b>-7</b>	338	341	344	347	350	353	356	359	362	365
<b>-8</b>	309	312	315	318	320	323	326	329	332	335
<b>-9</b>	283	286	288	291	294	296	299	301	304	307
<b>-10</b>	259	262	264	266	269	271	274	276	278	281
<b>-11</b>	237	239	241	244	246	248	250	252	255	257
<b>-12</b>	217	219	221	223	225	227	229	231	233	235
<b>-13</b>	198	200	202	203	205	207	209	211	213	215
<b>-14</b>	181	182	184	186	187	189	191	193	194	196
<b>-15</b>	165	166	168	169	171	173	174	176	177	179

**Esercizio 46** (Esame del 09/02/2011)

Un locale, occupato da sei persone che svolgono attività d'ufficio, è riscaldato con un impianto a radiatori che controlla il solo carico termico sensibile e mantiene in ambiente una temperatura di 22 °C quando esternamente la temperatura è pari a -2 °C. L'involucro disperdente del locale ( $A_{tot} = 300 \text{ m}^2$ ) è per l'80% opaco ( $U_{op} = 0,7 \text{ W/m}^2\text{K}$ ), per il 20% trasparente ( $U_{fin} = 2,8 \text{ W/m}^2\text{K}$ ). Gli apporti solari che entrano in ambiente attraverso l'involucro sono complessivamente pari a 200 W e il carico termico di ventilazione è trascurabile. Si chiede di determinare:

1. il flusso termico disperso per trasmissione attraverso l'involucro;
2. la potenza termica immessa dall'impianto.

Ipotizzando poi di aprire le finestre e introdurre in ambiente una portata di  $2 \cdot 10^{-2} \text{ kg/s}$  d'aria esterna avente umidità specifica pari a  $2 \text{ g}_v/\text{kg}_a$ , determinare:

3. l'umidità specifica dell'aria interna.

Attività	Emissione termica (W)	Temperatura ambiente (°C)									
		15		20		22		24		26	
		sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)
Seduto	115	100	15	90	25	80	35	75	40	65	50
Lavoro in ufficio	140	110	30	100	40	90	50	80	60	70	70
In cammino	160	120	40	110	50	100	60	85	75	75	85
Lavoro leggero	235	150	85	130	105	115	120	100	135	90	155
Lavoro medio	265	160	105	140	125	125	140	105	160	90	175
Lavoro pesante	440	220	220	190	250	165	275	135	305	105	335

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Flusso termico disperso	8064	W
b)	Potenza termica immessa dall'impianto	7324	W
c)	Umidità specifica dell'aria interna	0,0081	$\text{kg}_v/\text{kg}_a$

**Svolgimento**

$$\text{a) } \Phi_{tr} = (U_{op} \cdot A_{op} + U_{fin} \cdot A_{fin}) \cdot (t_i - t_e)$$

$$A_{op} = 0,8 \cdot 300 = 240 \text{ m}^2$$

$$A_{fin} = 0,2 \cdot 300 = 60 \text{ m}^2$$

$$\Phi_{tr} = (0,7 \cdot 240 + 2,8 \cdot 60) \cdot (+2 +22) = 336 \cdot (+24) = +8064 \text{ W}$$

$$\Phi_{I,S+L} = (\text{Sens.} + \text{Lat.}) \cdot 6 = (90 + 50) \cdot 6 = 540 + 300 = 840 \text{ W} \rightarrow \Phi_{I,S} = 6 \cdot 90 = 540 \text{ W}$$

$$\text{b) } \Phi_H = +\Phi_{tr} - \Phi_{sol} - \Phi_{I,S} = 8064 - 200 - 540 = 7324 \text{ W}$$

$$\text{c) } \dot{m}_{v,H} + \dot{m}_a (x_e - x_i) + \dot{m}_{v,I} = 0$$

$$x_i = x_e + \frac{\dot{m}_{v,I}}{\dot{m}_a}$$

$$\dot{m}_{v,I} = \frac{\Phi_{I,L}}{h_{v,I}} = \frac{50 \cdot 6}{2452,25 \cdot 10^3} = 0,122 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

$$h_{v,I} = c_{pv} \cdot t + r_0 = 2500 + 22 \cdot 1,9 = 2541,8 \text{ kJ/kg}$$

$$x_i = 0,002 + \frac{0,122 \cdot 10^{-3}}{0,02} = 0,0081 \text{ kg}_v / \text{kg}_a$$

**Esercizio 47 (Esame del 22/02/2011)**

In un locale a pianta quadrata di 6 m di lato e altezza 3 m, una persona svolge un'attività assimilabile ad un lavoro d'ufficio. Confinano con l'esterno la copertura ( $U_{cop} = 0,4 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ ) e due pareti ( $U_{par} = 0,5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ ), delle quali una sola presenta una finestra di 3 m<sup>2</sup> ( $U_{fin} = 2,2 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ ). Il coefficiente di assorbimento solare delle superfici opache esterne (pareti e copertura) è pari a 0,6.

Le altre due pareti e il pavimento sono adiabatici. Gli apporti solari entranti in ambiente attraverso la finestra sono pari a 340 W. Le condizioni termo-igrometriche dell'ambiente sono controllate da un impianto di condizionamento ad aria che immette una portata di  $9 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$  d'aria avente entalpia specifica pari a 64 kJ/kg al fine di mantenere in ambiente una temperatura di 20 °C quando all'esterno la temperatura è pari a -2 °C e sui componenti d'involucro incide un'irradianza solare pari a 150 W/m<sup>2</sup>. Si chiede di determinare:

1. il flusso termico trasmesso attraverso gli elementi opachi dell'involucro (pareti opache e copertura) in presenza della radiazione solare;
2. il flusso termico trasmesso attraverso la finestra per differenza di temperatura;
3. l'entalpia specifica dell'aria interna.

Si assuma pari a 23 W/m<sup>2</sup>K il valore del coefficiente di scambio termico liminare esterno.

Attività	Emissione termica (W)	Temperatura ambiente (°C)									
		15		20		22		24		26	
		sens.	lat.	sens.	lat.	sens.	lat.	sens.	lat.	sens.	lat.
Seduto	115	100	15	90	25	80	35	75	40	65	50
Lavoro in ufficio	140	110	30	100	40	90	50	80	60	70	70
In cammino	160	120	40	110	50	100	60	85	75	75	85
Lavoro leggero	235	150	85	130	105	115	120	100	135	90	155
Lavoro medio	265	160	105	140	125	125	140	105	160	90	175
Lavoro pesante	440	220	220	190	250	165	275	135	305	105	335

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Flusso termico trasmesso (involucro opaco)	559,26	W
b)	Flusso termico trasmesso (finestra)	145,2	W
c)	Entalpia specifica dell'aria interna	39,06	kJ/kg <sub>a</sub>

**Svolgimento**

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad A_{cop} &= 6 \cdot 6 = 36 \text{ m}^2 & U_{cop} &= 0,4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \\
 A_{par} &= 6 \cdot 3 \cdot 2 - 3 = 33 \text{ m}^2 & U_{par} &= 0,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \\
 A_{fin} &= 3 \text{ m}^2 & U_{fin} &= 2,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \\
 t_{sa} &= t_e + \frac{I \cdot \alpha}{h_e} = -2 + \frac{150 \cdot 0,6}{23} = 1,9^\circ\text{C} \\
 \Phi_{tr,op} &= (A_{cop} \cdot U_{cop} + A_{par} \cdot U_{par}) \cdot (t_i - t_{sa}) = (36 \cdot 0,4 + 33 \cdot 0,5) \cdot (20 - 1,9) = 559,29 \text{ W} \\
 \text{b)} \quad \Phi_{tr,fin} &= U_{fin} \cdot A_{fin} \cdot (t_i - t_e) = 2,2 \cdot 3 \cdot (20 - (-2)) = 145,2 \text{ W} \\
 \text{c)} \quad 1 \text{ persona lavoro ufficio} &\rightarrow \Phi_{I,tot} = 140 \text{ W} \\
 \dot{m}_a \cdot (h_{supply} - h_i) + \Phi_{tr,op} + \Phi_{tr,fin} + \Phi_{sol,fin} + \Phi_{I,tot} &= 0
 \end{aligned}$$

$$h_i = h_s + \frac{\Phi_{tr,op} + \Phi_{tr,fin} + \Phi_{sol,fin} + \Phi_{I,tot}}{\dot{m}_a} = \\ = 64000 + \frac{(-559,29 - 145,2 + 340 + 140)}{9 \cdot 10^{-3}} = 39057 \frac{J}{kg} = 39,06 \frac{kJ}{kg}$$

**Esercizio 48** (Esame del 29/06/2011)

Un ambiente è mantenuto alla temperatura di 22 °C e umidità relativa del 60% attraverso l'immissione di una portata d'aria di 300 l/s. Nell'ambiente sono presenti 15 persone che svolgono un lavoro leggero. Sapendo che il flusso termico disperso per trasmissione termica attraverso l'involucro edilizio è pari a 4,5 kW e che non vi sono apporti solari né altri apporti interni oltre agli occupanti, si chiede di determinare:

1. l'umidità specifica e l'entalpia specifica dell'aria all'interno dell'ambiente (anche con l'ausilio del diagramma di Mollier);
2. la portata di vapore acqueo prodotta dagli occupanti;
3. l'entalpia specifica dell'aria immessa in ambiente.

Si assuma pari a 1,29 kg/m<sup>3</sup> la massa volumica dell'aria.

Attività	Emissione termica (W)	Temperatura ambiente (°C)									
		15		20		22		24		26	
		sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)
Seduto	115	100	15	90	25	80	35	75	40	65	50
Lavoro in ufficio	140	110	30	100	40	90	50	80	60	70	70
In cammino	160	120	40	110	50	100	60	85	75	75	85
Lavoro leggero	235	150	85	130	105	115	120	100	135	90	155
Lavoro medio	265	160	105	140	125	125	140	105	160	90	175
Lavoro pesante	440	220	220	190	250	165	275	135	305	105	335

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a1)	Umidità specifica dell'aria interna	0,0099	kg <sub>v</sub> /kg <sub>a</sub>
a2)	Entalpia specifica dell'aria interna	47,16	kJ/kg
b)	Portata di vapore acqueo	0,71 · 10 <sup>-3</sup>	kg <sub>v</sub> /s
c)	Entalpia specifica dell'aria immessa	49,68 · 10 <sup>3</sup>	J/kg

**Svolgimento**

$$a1,2) \quad x_i = 0,622 [p_{vs}(t_i) \cdot \varphi_i] / [p - p_{vs}(t_i) \cdot \varphi_i] = 0,622 \cdot (2646 \cdot 0,6) / 101325 - 2646 \cdot 0,6) = \\ = 0,0099 \text{ kg}_v/\text{kg}_a$$

$$h_i = c_{p,a} \cdot t_i + x_i (c_{pv} \cdot t_i + r_0) = 1 \cdot 22 + 0,0099 (1,9 \cdot 22 + 2500) = 47,16 \text{ kJ/kg}$$

b) Lavoro leggero a 22°C:  $\Phi_{I,TOT} = 235 \text{ W/pers}$  (sens. = 115; lat. = 120)

$$\Phi_{I,TOT} = (115+120) \cdot 15 = 3525 \text{ W (15 persone)}$$

$$\Phi_{I,L} = 120 \cdot 15 = 1800 \text{ W}$$

$$\dot{m}_{v,I} = \frac{\Phi_{I,L}}{h_v} = \frac{1,8}{2541,8} = 0,71 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

$$h_v = c_{pv} \cdot t + r_0 = 2500 + 22 \cdot 1,9 = 2541,8 \text{ kJ/kg}$$

$$c) \quad \Phi_T + \Phi_S + \Phi_{I,S} + \Phi_H + \dot{m}_{v,I} \cdot h_{v,I} + \dot{m}_{v,H} \cdot h_{v,H} + \dot{m}_a \cdot (h_e - h_i) = 0$$

$$\Phi_{I,TOT} = \Phi_{I,S} + m_{vi} \cdot h_{vi} = \text{carico termico apporti interni} = 3525 \text{ W}$$

$$h_e = h_i - \frac{(\Phi_T + \Phi_{I,TOT})}{\dot{m}_a} = 47160 - \frac{-4500 + 3525}{0,387} = 49679 \text{ J/kg} = 49,68 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{V}_a = 300 \text{ l/s} = 300 \text{ dm}^3/\text{s} = 300 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \quad \dot{m}_a = \dot{V}_a \cdot \rho_a = 0,3 \cdot 1,29 = 0,387 \text{ kg/s}$$

### Esercizio 49 (Esame del 21/09/2011)

In un ambiente di forma parallelepipedo (dimensioni: 5 x 7 m, altezza 3 m) è presente un impianto di riscaldamento che fornisce una potenza di 1000 W. Il soffitto e il pavimento dell'ambiente sono adiabatici; tutte le pareti verticali sono completamente vetrate e confinano con l'ambiente esterno che si trova ad una temperatura di -3 °C. La trasmittanza termica delle pareti vetrate è 2,2 W/(m² K) e il fattore solare del vetro è pari a 0,6. Sulle pareti incide un'irradianza solare media di 80 W/m². Sapendo che il ricambio d'aria è pari a 1 vol/h e che non vi sono apporti interni, si chiede di determinare:

1. gli apporti solari entranti in ambiente;
2. la temperatura all'interno dell'ambiente.

Ipotizzando poi di attivare un umidificatore che produce una portata di 700 g/h di vapore e sapendo che l'umidità specifica esterna è pari a 2 g\_v/kg\_a, si determini:

3. l'umidità specifica all'interno dell'ambiente.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Apporti solari entranti in ambiente	3456	W
b)	Temperatura all'interno dell'ambiente	20	°C
c)	Umidità specifica all'interno dell'ambiente	7,5	g_v/kg_a

### Svolgimento

$$\begin{aligned} a) \quad A_v &= 5 \cdot 3 \cdot 2 + 7 \cdot 3 \cdot 2 = 72 \text{ m}^2 & t_e &= -3^\circ C & \Phi_H &= 1000 \text{ W} & t_{SET} &= 0,6 \\ U_v &= 2,2 \frac{W}{m^2 K} & n &= 1 \frac{\text{vol}}{h} & I_{sol} &= 80 \frac{W}{m^2} & \Phi_{int} &= 0 \end{aligned}$$

$$\Phi_{sol} = I_{sol} \cdot A_v \cdot t_{SET} = 80 \cdot 72 \cdot 0,6 = 3456 \text{ W}$$

b) Bilancio di energia:

$$\underbrace{\dot{m}_a (t_e - t_i) \cdot c}_{\text{Non c'è variazione di umidità}} + \Phi_T + \Phi_H + \Phi_I + \Phi_{sol} + (\dot{m}_{v,I} \cdot h_i) + (\dot{m}_{v,H} \cdot h_h) = 0$$

Non c'è variazione di umidità

$$\Phi_T = U \cdot A \cdot (t_e - t_i)$$

$$0,035(-3-t_i) \cdot 1000 + 2,2 \cdot 72(-3-t_i) + 1000 + 3456 = 0$$

$$0,035(-3-t_i) \cdot 1000 + 2,2 \cdot 72(-3-t_i) + 1000 + 3456 = 0$$

$$-105 - 35t_i - 475,2 - 158,4t_i + 1000 + 3456 = 0$$

$$-193,4t_i = -3875,8$$

$$t_i = (-3875,8) / (-193,4) = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

c)

$$\dot{m}_{V,H} = \frac{700}{3600} = 0,1944 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$x_e = 0,002 \frac{\text{kg}_v}{\text{kg}_a}$$

Bilancio di massa:

$$\dot{m}_a (x_e - x_i) + \dot{m}_{V,I} + \dot{m}_{V,H} = 0$$

$$x_i = x_e + \frac{\dot{m}_{V,H}}{\dot{m}_a} = 0,002 + \frac{0,1944 \cdot 10^{-3}}{0,035} = 0,0075 \frac{\text{kg}_v}{\text{kg}_a}$$

### Esercizio 50 (Esame del 14/02/2012)

Un locale a forma parallelepipedo, di dimensioni in pianta 4x6 m e altezza 3 m, è caratterizzato da due pareti adiacenti, pavimento e soffitto adiabatici, mentre le altre due pareti confinano con l'ambiente esterno a  $-5 \text{ } ^\circ\text{C}$  e su di esse incide un'irradianza solare di  $100 \text{ W/m}^2$ . Ciascuna delle due pareti disperdenti presenta una finestra di superficie pari a  $1 \text{ m}^2$ . La trasmittanza termica delle pareti opache è  $0,8 \text{ W/(m}^2\text{K)}$  e il coefficiente di assorbimento solare della loro superficie esterna è pari a 0,6. Le finestre hanno trasmittanza termica di  $2,5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$  e TSET (fattore solare) pari a 0,75. Si trascuri la superficie del telaio. Il locale è occupato da due persone che svolgono lavoro d'ufficio ed è ventilato con aria esterna ( $n = 1 \text{ vol/h}$ ). Sapendo che il locale è riscaldato con un impianto a radiatori che mantiene all'interno una temperatura di  $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ , si chiede di determinare:

1. il flusso termico sensibile delle sorgenti interne;
2. il flusso solare entrante attraverso le finestre;
3. il flusso disperso per trasmissione attraverso l'involucro edilizio (pareti opache e finestre);
4. il flusso termico disperso per ventilazione;
5. la potenza termica fornita dall'impianto.

Si assuma pari a  $25 \text{ W/(m}^2\text{K)}$  il coefficiente di scambio termico superficiale esterno. Si trascurino i ponti termici.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Flusso termico sensibile delle sorgenti interne	200	W
b)	Flusso solare attraverso le finestre	150	W
c)	Flusso termico trasmesso attraverso l'involucro edilizio	631,2	W
d)	Flusso termico di ventilazione	630	W
e)	Potenza termica fornita dall'impianto di riscaldamento	911,2	W

### Svolgimento

a)  $\Phi_{I,S} = 2 \cdot 100 = 200 \text{ W}$

$$A_{totfin} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ m}^2$$

b)  $\Phi_S = A \cdot I \cdot g = 2 \cdot 100 \cdot 0,75 = 150 \text{ W}$

$$A_{op} = ((4 \cdot 3) - 1) + ((6 \cdot 3) - 1) = 28 \text{ m}^2$$

c)  $\Phi_{op} = U_{op} \cdot A_{op} \cdot (t_i - t_{sa}) = 0,8 \cdot 28 \cdot (20 + 2,6) = 506,24 \text{ W}$

$$t_{sa} = t_e + \frac{\alpha \cdot I}{h_e} = -5 + \frac{0,6 \cdot 100}{25} = -2,6^\circ C$$

$$\Phi_{fin} = U_W \cdot A_W \cdot (t_i - t_e) = 2,5 \cdot 2 \cdot (20 + 5) = 125 \text{ W}$$

$$\Phi_{TR,TOT} = 125 + 506,24 = 631,2 \text{ W}$$

d)  $\Phi_V = 0,35 \cdot n \cdot V \cdot (t_i - t_e)$

$$\Phi_V = 0,35 \cdot 1 \cdot (4 \cdot 6 \cdot 3) \cdot (20 + 5) = 630 \text{ W}$$

c)  $\Phi_H + \Phi_V + \Phi_I + \Phi_S + \Phi_T = 0$

$$\Phi_H = +\Phi_T - \Phi_S + \Phi_V - \Phi_I = 631,2 - 150 + 630 - 200 = 911,2 \text{ W}$$

### Esercizio 51 (Esame del 27/06/2012)

Un ambiente di forma parallelepipedo a pianta quadrata (lato 5 m, altezza 3 m) ha due pareti che confinano con l'ambiente esterno che si trova a  $32^\circ C$ , mentre le altre due pareti, il soffitto e il pavimento sono superfici adiabatiche. Una delle due pareti esterne ha una finestra di  $3 \text{ m}^2$  sulla quale incide un'irradianza solare di  $150 \text{ W/m}^2$ . Si trascuri il contributo dell'irradianza solare sulla parte opaca delle pareti. La trasmittanza termica della finestra ( $U_w$ ) è  $2,5 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ , la trasmittanza di energia solare totale del vetro ( $g$  o TSET) è  $0,65$ , la trasmittanza termica della parete opaca ( $U_{op}$ ) è  $0,4 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ . L'ambiente è ventilato naturalmente con un tasso di ricambio d'aria pari a  $0,5 \text{ vol/h}$ , ed è raffrescato con un impianto che controlla la sola temperatura e sottrae dall'ambiente una potenza termica di  $500 \text{ W}$ . Considerando che non vi sono occupanti né altra sorgente di calore all'interno dell'ambiente, si chiede di calcolare:

- a) gli apporti solari entranti in ambiente attraverso la finestra;
- b) la portata d'aria di ventilazione in kg/s (si assuma pari a  $1,2 \text{ kg/m}^3$  la massa volumica dell'aria);
- c) la temperatura dell'aria interna;
- d) il flusso termico trasmesso attraverso l'involucro edilizio (finestra e parte opaca delle pareti esterne) per differenza di temperatura

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Apporti solari	292,5	W
b)	Portata massica dell'aria di ventilazione	0,0125	Kg/s
c)	Temperatura dell'aria interna	25,3	°C
d)	Flusso termico trasmesso	122,61	W

### Svolgimento

a)  $\Phi_{sol} = A_w \cdot I_{sol} \cdot TSET = 3m^2 \cdot 150 \frac{W}{m^2} \cdot 0,65 = 292,5W$

b)  $\dot{m}_a = \dot{V}_a \cdot \rho_a = \frac{n \cdot V}{3600} \cdot \rho_a = \frac{0,5 \cdot 75}{3600} \cdot 1,2 = 0,01 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,0125 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

c) Equazione di bilancio di energia (solo quota sensibile):

$$\Phi_{H^-} + \Phi_{sol} + (\dot{m}_a \cdot \dot{c}_a) \cdot (t_e - t_i) + (U_w \cdot A_w + U_{op} \cdot A_{op}) \cdot (t_e - t_i) = 0$$

$$t_i = t_e + \frac{(-\Phi_{H^-} + \Phi_{sol})}{(\dot{m}_a \cdot \dot{c}_a) + (U_w \cdot A_w + U_{op} \cdot A_{op})} =$$

$$= 32^\circ C + \frac{(-500W + 292,5W)}{\left(0,0125 \frac{Kg}{s} \cdot 1000 \frac{Kg}{m^3}\right) + \left(2,5 \frac{W}{m^2 K} \cdot 3m^2 + 0,4 \frac{W}{m^2 K} \cdot 27m^2\right)} = 32 + \frac{(-207,5)}{12,5 + 18,3} = 32 - 6,74 = 25,3^\circ C$$

d)  $\Phi_{tr} = (U_w \cdot A_w + U_{op} \cdot A_{op}) \cdot (t_e - t_i) =$   
 $= \left(2,5 \frac{W}{m^2 K} \cdot 3m^2 + 0,4 \frac{W}{m^2 K} \cdot 27m^2\right) \cdot (32^\circ C - 25,3^\circ C) = 122,61W$

### Esercizio 52 (Esame del 06/02/2013)

Un locale avente volume pari a  $300 \text{ m}^3$  è occupato da quattro persone che svolgono attività d'ufficio ed è riscaldato con un impianto a radiatori che mantiene in ambiente una temperatura di  $20^\circ C$  controllando il solo carico termico sensibile, quando esternamente la temperatura è pari a  $-4^\circ C$ . L'involucro disperdente del locale ( $A_{tot} = 120 \text{ m}^2$ ) è per il 70% opaco ( $U_{op} = 0,5 \text{ W/m}^2 \text{K}$ ) e per il 30% trasparente ( $U_{fin} = 2,5 \text{ W/m}^2 \text{K}$ ). Si trascuri il contributo degli apporti solari. Il tasso di ventilazione (ambiente ventilato con aria esterna) è pari a 0,5 vol/h. Si chiede di determinare:

1. la potenza termica sensibile e la potenza termica latente relative alle sorgenti interne di calore;
2. il flusso termico disperso per trasmissione attraverso l'involucro;
3. il flusso termico disperso per ventilazione (si assuma pari a  $1,2 \text{ kg/m}^3$  la massa volumica dell'aria);
4. la potenza termica fornita dall'impianto.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a1)	Potenza termica sensibile delle sorgenti interne	400	W
a2)	Potenza termica latente delle sorgenti interne	160	W
b)	Flusso termico disperso per trasmissione	3168	W
c)	Flusso termico disperso per ventilazione	1200	W
d)	Potenza termica fornita dall'impianto	3968	W

### Svolgimento

a)  $\Phi_{I,s} = 4 \cdot 100 \text{ W} = 400 \text{ W}$   
 $\Phi_{I,l} = 4 \cdot 40 \text{ W} = 160 \text{ W}$

b)  $\Phi_T = (U_{op} \cdot A_{op} + U_{fin} \cdot A_{fin})(t_i - t_e) = (0,5 \cdot 84 + 2,5 \cdot 36)(20 - (-4)) = 3168 \text{ W}$   
 $A_{op} = 120 \cdot 0,70 = 84 \text{ m}^2$

$$A_{\text{fin}} = 120 \cdot 0,30 = 36 \text{ m}^2$$

c)  $\Phi_V = \dot{m}_a \cdot c_a(t_i - t_e) = 0,05 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} (20 - (-4)) = 1200 \text{ W}$   
 $\dot{m}_a = \dot{V}_a \cdot \rho_a = \frac{n \cdot V}{3600} \cdot \rho_a = \frac{0,5 \cdot 300}{3600} \cdot 1,2 = 0,04 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,05 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

d)  $\Phi_H = \Phi_T + \Phi_V - \Phi_{I,s} = 3168 + 1200 - 400 = 3968 \text{ W}$

**Esercizio 53 (Esame del 22/02/2013)**

Un ambiente è mantenuto alla temperatura di 22 °C e umidità relativa del 55% attraverso l'immissione di una portata d'aria di 250 l/s. Nell'ambiente sono presenti 10 persone che svolgono un lavoro leggero (M = 235 W/persona) e non vi sono altri apporti termici interni oltre agli occupanti. Sapendo che il flusso termico disperso per trasmissione termica attraverso l'involucro edilizio verso l'ambiente esterno è pari a 6 kW e che gli apporti solari entranti in ambiente valgono 300 W, si chiede di calcolare:

1. l'umidità specifica e l'entalpia specifica dell'aria all'interno dell'ambiente;
2. la portata di vapore acqueo prodotta dagli occupanti;
3. l'entalpia specifica dell'aria immessa in ambiente.

Attività	Emissione termica (W)	Temperatura ambiente (°C)									
		15		20		22		24		26	
		sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)
Seduto	115	100	15	90	25	80	35	75	40	65	50
Lavoro in ufficio	140	110	30	100	40	90	50	80	60	70	70
In cammino	160	120	40	110	50	100	60	85	75	75	85
Lavoro leggero	235	150	85	130	105	115	120	100	135	90	155
Lavoro medio	265	160	105	140	125	125	140	105	160	90	175
Lavoro pesante	440	220	220	190	250	165	275	135	305	105	335

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a1)	Umidità specifica dell'aria interna	0,009	kg_v/kg_a
a2)	Entalpia specifica dell'aria interna	44,88	kJ/kg
b)	Portata di vapore prodotta dagli occupanti	$0,472 \cdot 10^{-3}$	kg_v/s
c)	Entalpia specifica dell'aria immessa	56,05	kJ/kg

**Svolgimento**

a)  $x_i = 0,622 \cdot \frac{p_{vs}(t_i) \cdot \varphi_i}{p - p_{vs}(t_i) \cdot \varphi_i} = 0,622 \cdot \frac{2642 \cdot 0,55}{101325 - 2642 \cdot 0,55} = 0,009 \frac{\text{kg}_v}{\text{kg}_a}$

$$h_i = (c_{p,a} + c_{p,v} \cdot x_i) \cdot t_i + r_0 \cdot x_i = (1 + 1,9 \cdot 0,009) \cdot 22 + 2500 \cdot 0,009 = 44,88 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

b)  $\dot{m}_{v,I} = \frac{\Phi_{I,l}}{h_{v,I}} = \frac{1200}{2542,25 \cdot 1000} = 0,472 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}_v}{\text{s}}$

$$\Phi_{I,l} = 10 \text{ pers} \cdot 120 \frac{W}{pers} = 1200 \text{ W}$$

$$h_{v,I} = c_{p,v} \cdot t_i + r_0 = 1,9 \cdot 22 + 2500 = 2541,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

c) Bilancio di energia:

$$\dot{m}_a \cdot (h_s - h_i) + \Phi_{I,s} + \Phi_{I,l} + \Phi_T + \Phi_S = 0$$

$$h_s = h_i - \frac{(\Phi_{I,s} + \Phi_{I,l} + \Phi_T + \Phi_S)}{\dot{m}_a} = 44880 - \frac{(1150 + 1200 - 6000 + 300)}{0,3} = 56,05 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\Phi_{I,s} = 10 \text{ pers} \cdot 115 \frac{W}{pers} = 1150 \text{ W}$$

$$\dot{m}_a = \dot{V}_a \cdot \rho_a = 0,25 \frac{m^3}{s} \cdot 1,2 \frac{kg}{m^3} = 0,3 \frac{kg}{s}$$

#### Esercizio 54 (Esame del 27/02/2013)

Un ufficio a pianta rettangolare (lati 10x6 m e altezza 4 m) presenta una parete disperdente sul lato lungo, con una trasmittanza termica di 0,4 W/m<sup>2</sup>K. La parete ha due finestre quadrate (lato 2 m) con un vetro singolo con trasmittanza termica di 6 W/m<sup>2</sup>K e il telaio in legno (che occupa il 15% della superficie della finestrata) di 2,5 W/m<sup>2</sup>K.

Nell'ufficio viene mantenuta la temperatura di 22 °C grazie ad un impianto con terminali a radiatori che controlla il solo carico sensibile, mentre la temperatura esterna è di -3°C.

Gli apporti solari in ambiente sono pari a 150 W e il tasso di ventilazione (ambiente ventilato con aria esterna) è pari a 0,5 vol/h. Nell'ambiente ci sono 5 persone che svolgono attività d'ufficio.

Si chiede di calcolare:

1. la trasmittanza termica della finestra;
2. la potenza termica (sensibile e latente) prodotta dalle sorgenti interne;
3. la portata di vapore prodotta dagli utenti;
4. la potenza termica dispersa dall'involtucro;
5. la potenza termica dispersa per ventilazione;
6. la potenza termica fornita all'impianto.

Attività	Emissione termica (W)	Temperatura ambiente (°C)									
		15		20		22		24		26	
		sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)
Seduto	115	100	15	90	25	80	35	75	40	65	50
Lavoro in ufficio	140	110	30	100	40	90	50	80	60	70	70
In cammino	160	120	40	110	50	100	60	85	75	75	85
Lavoro leggero	235	150	85	130	105	115	120	100	135	90	155
Lavoro medio	265	160	105	140	125	125	140	105	160	90	175
Lavoro pesante	440	220	220	190	250	165	275	135	305	105	335

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Trasmittanza termica della finestra	5,5	W/m <sup>2</sup> K
b1)	Potenza termica sensibile sorgenti interne	450	W
b2)	Potenza termica latente sorgenti interne	250	W

c)	Portata di vapore acqueo prodotta dagli utenti	$0,98 \cdot 10^{-4}$	kg/s
d)	Potenza termica dispersa dall'involturo	1420	W
e)	Potenza termica dispersa per ventilazione	1050	W
f)	Potenza termica fornita dall'impianto	1870	W

### Svolgimento

a)  $A_w = 2 \cdot 2 = 4 \text{ m}^2$

$$A_f = 4 \cdot 0,15 = 0,6 \text{ m}^2$$

$$A_g = 4 - 0,6 = 3,4 \text{ m}^2$$

$$U_w = \frac{U_g \cdot A_g + U_f \cdot A_f}{A_g + A_f}$$

$$U_w = \frac{3,4 \cdot 6 + 0,6 \cdot 2,5}{4} = 5,5 \text{ W/m}^2\text{K}$$

b1,2) Potenza termica sensibile sorgenti interne

$$\Phi_{I,S} = 5 \cdot 90 = 450 \text{ W}$$

Potenza termica latente sorgenti interne

$$\Phi_{I,L} = 5 \cdot 50 = 250 \text{ W}$$

c)  $\dot{m}_{v,I} = \frac{\Phi_{I,L}}{h_{v,I}} = \frac{0,25}{2541,8} = 0,98 \cdot 10^{-4} \text{ kg/s}$

$$h_{v,I} = c_{p,v} \cdot t_i + r_0 = 1,9 \cdot 22 + 2500 = 2541,8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

d)  $\Phi_T = U_{op} \cdot \Delta t \cdot A + U_W \cdot \Delta t \cdot A$

$$A_{op} = 10 \cdot 4 - 4 \cdot 2 = 32 \text{ m}^2$$

$$\Phi_T = 0,4 \cdot 25 \cdot 32 + 5,5 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 2 = 320 + 1100 = 1420 \text{ W}$$

e)  $\Phi_V = n \cdot 0,35 \cdot V \cdot \Delta t = 0,5 \cdot 0,35 \cdot 240 \cdot 25 = 1050 \text{ W}$

$$V = 10 \cdot 4 \cdot 6 = 240 \text{ m}^3$$

f)  $\Phi_H = \Phi_V + \Phi_T - \Phi_{I,S} - \Phi_S = 1050 + 1420 - 450 - 150 = 1870 \text{ W}$

### Esercizio 55 (Esame del 01/07/2013)

Un locale a forma parallelepipedo, avente pianta quadrata di lato pari a 5 m e altezza pari a 3 m, è ventilato naturalmente con un tasso di ricambio d'aria di 0,5 vol/h ed è occupato da 4 persone che svolgono un lavoro d'ufficio (corrispondente ad una emissione termica globale di 140 W/persona). Le pareti del locale, completamente opache, hanno trasmittanza termica pari a  $0,4 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$ ; la copertura del locale, completamente trasparente, ha trasmittanza termica pari a  $2,5 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$  e fattore solare totale del vetro (TSET) pari a 0,75; il pavimento del locale è adiabatico. Un impianto di raffrescamento ad acqua mantiene in

ambiente una temperatura di 26 °C. Sapendo che la temperatura esterna è 33 °C e l'irradianza solare incidente sulla copertura vale 200 W/m<sup>2</sup>, si determini:

1. il flusso solare entrante in ambiente dalla copertura del locale;
2. la potenza termica scambiata per trasmissione con l'ambiente esterno;
3. la potenza termica scambiata per ventilazione con l'ambiente esterno;
4. la potenza termica sottratta dall'impianto di raffrescamento.

Si trascuri l'eventuale contributo della radiazione solare incidente sulle pareti opache.

Attività	Emissione termica (W)	Temperatura ambiente (°C)									
		15		20		22		24		26	
		sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)	sens. (W)	lat. (W)
Seduto	115	100	15	90	25	80	35	75	40	65	50
Lavoro in ufficio	140	110	30	100	40	90	50	80	60	70	70
In cammino	160	120	40	110	50	100	60	85	75	75	85
Lavoro leggero	235	150	85	130	105	115	120	100	135	90	155
Lavoro medio	265	160	105	140	125	125	140	105	160	90	175
Lavoro pesante	440	220	220	190	250	165	275	135	305	105	335

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Flusso solare entrante dalla copertura	3750	W
b)	Potenza termica scambiata per trasmissione	605,5	W
c)	Potenza termica scambiata per ventilazione	87,5 / 91,9	W
d)	Potenza termica sottratta dall'impianto	-4723	W

### Svolgimento

- a)  $\Phi_{sol} = A_w \cdot I_{sol} \cdot TSET = (5 \cdot 5) \cdot 200 \cdot 0,75 = 3750 \text{ W}$
- b)  $\Phi_T = [U_{op} \cdot A_{op} + U_w \cdot A_w] \cdot (t_e - t_i) = [0,4 \cdot (5 \cdot 3 \cdot 4) + 2,5 \cdot (5 \cdot 5)] \cdot (33 - 26) = [0,4 \cdot 60 + 2,5 \cdot 25] \cdot 7 = (24 + 62,5) \cdot 7 = 86,5 \cdot 7 = 605,5 \text{ W}$
- c)  $\dot{m}_a = \frac{n \cdot V}{3600} \cdot \rho_a = \frac{0,5 \cdot (5 \cdot 5 \cdot 3)}{3600} \cdot 1,2 = \frac{0,5 \cdot 75}{3600} \cdot 1,2 = 0,0125 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

$$\Phi_V = \dot{m}_a \cdot c_a \cdot (t_e - t_i) = 0,0125 \cdot 1000 \cdot (33 - 26) = 87,5 \text{ W}$$

oppure

$$\Phi_V = 0,35 \cdot n \cdot V \cdot (t_e - t_i) = 0,35 \cdot 0,5 \cdot 75 \cdot (33 - 26) = 91,9 \text{ W}$$

- d) Bilancio di energia (solo quota sensibile):

$$\Phi_C + \Phi_V + \Phi_T + \Phi_{I,s} + \Phi_S = 0$$

Apporti interni (solo quota sensibile, a 26 °C, attività d'ufficio): 70 W/persona

$$\Phi_{I,s} = 70 \cdot 4 = 280 \text{ W}$$

$$\Phi_C = +\Phi_V + \Phi_T + \Phi_{I,s} + \Phi_S = +87,5 + 605,5 + 280 + 3750 = 4723 \text{ W}$$

**Esercizio 56**

In una piscina l'altezza dell'acqua è di 5 m. Calcolare la pressione relativa in corrispondenza del fondo.

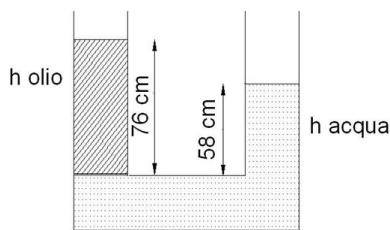
**Svolgimento**

$$\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 = 49050 \text{ Pa}$$

**Esercizio 57**

Un tubo ad U contiene acqua e olio come indicato in figura. Si determini la densità dell'olio.



**Svolgimento**

$$\rho_{olio} \cdot g \cdot h_{olio} = \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{H_2O}$$

$$\rho_{olio} = \frac{\rho_{H_2O} \cdot h_{H_2O}}{h_{olio}} = \frac{1000 \cdot 0,58}{0,76} = 763 \text{ kg/m}^3$$

**Esercizio 58 (Esame del 06/09/2011)**

Una portata di acqua (viscosità  $\mu = 10^{-3} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ ) pari a 40000 kg/h fluisce ad una velocità di 12600 m/h in un condotto circolare a sezione costante lungo 270 metri. Sapendo che la scabrezza relativa del condotto è pari a 0,004 e che tra le due sezioni terminali della tubazione, poste alla stessa pressione, vi è un dislivello di 65 metri, calcolare:

- a) il diametro della tubazione;
- b) la prevalenza della pompa che permette di superare il dislivello (espressa in metri);
- c) la potenza elettrica della pompa, considerando un rendimento pari a 0,85.

Si trascurino le perdite di carico concentrate.

**Svolgimento**

a)  $v = 12600 \text{ m/h} = 12600 / 3600 = 3,5 \text{ m/s}$

$$A = \dot{m} / \rho \cdot v = (40000 / 3600) / (1000 \cdot 3,5) = 3,17 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{A / \pi} = \sqrt{3,17 \cdot 10^{-3} / \pi} = 0,032 \text{ m} = 3,2 \text{ cm}$$

$$D = 0,032 \cdot 2 = \mathbf{0,064 \text{ m}}$$

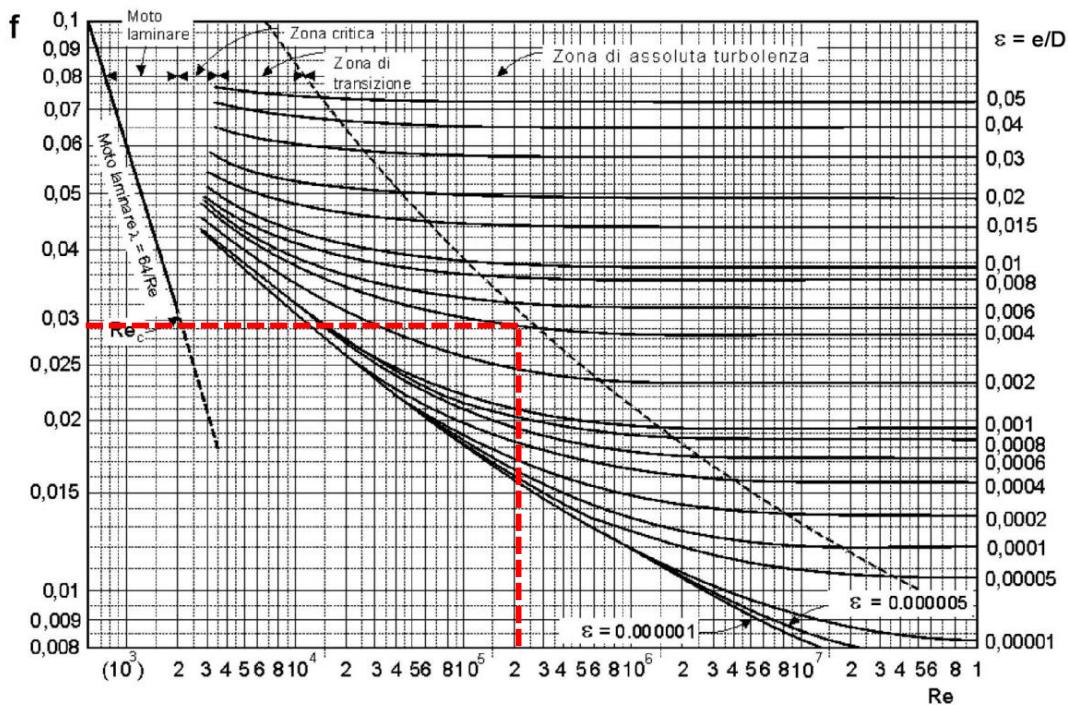
b)  $\Delta p_{pompa} + \rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \rho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p_{1,2}$

$$\Delta p_{pompa} = \rho \cdot g \cdot (\Delta z) + \Delta p_{1,2}$$

$$\Delta p_{1,2} = \Delta p_d = f \cdot (L/D) \cdot \rho v^2 / 2$$

$$N_{Re} = (\rho \cdot v \cdot D) / \mu = (1000 \cdot 3,5 \cdot 0,064) / 10^{-3} = 224000 = 2,24 \cdot 10^5$$

DIAGRAMMA DI MOODY



$$f = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ (da Moody)}$$

$$\Delta p_{1,2} = \Delta p_d = f \cdot (L/D) \cdot \rho v^2 / 2 = 2,9 \cdot 10^{-2} \cdot (270/0,064) \cdot 1000 \cdot (3,5)^2 / 2 = 749355 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{\text{pompa}} = \rho \cdot g \cdot (\Delta z) + \Delta p_{1,2} = 1000 \cdot 9,81 \cdot 65 + 749355 = 1387005 \text{ Pa}$$

$$\Delta H_{\text{pompa}} = \Delta p_{\text{pompa}} / \rho g = 1387005 / (1000 \cdot 9,81) = 141,4 \text{ m}$$

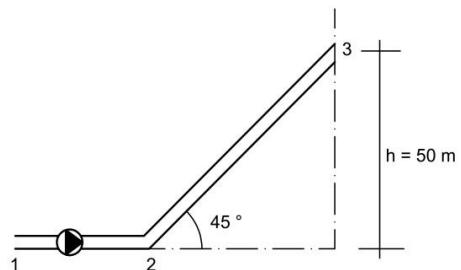
c)  $W_{\text{el pompa}} = \Delta p_{\text{pompa}} \cdot \dot{V} / \eta = 1387005 \cdot 0,011 / 0,85 = 17949 \text{ W} \approx 18 \text{ kW}$   
 $\dot{V} = \dot{m} / \rho = (40000 / 3600) / (1000) = 0,011 \text{ m}^3/\text{s}$

### Esercizio 59

È dato un condotto circolare a sezione costante ( $D = 11,3 \text{ cm}$ ;  $A = 100 \text{ cm}^2$ ) come in figura, nel quale fluisce una portata d'acqua ( $\epsilon = 0,003$  e  $\mu = 0,001 \text{ kg/ms}$ ) di  $50 \text{ m}^3/\text{h}$ . La pressione nella sezione 1 è pari a 1 bar; la pressione nella sezione 3 è pari a 3 bar.

Si trascurano le perdite nel tratto 1-2, ma si considerano nel tratto 2-3 sia quella concentrata in 2 ( $\beta = 3$ ) sia quelle distribuite. Si chiede di calcolare:

- la prevalenza che deve fornire la pompa;
- la potenza meccanica della pompa;
- la spesa annuale di energia elettrica (costo  $0,15 \text{ €/kWh}$ ) conseguente all'utilizzo della pompa per 10 ore al giorno in 200 giorni all'anno. Si assuma un rendimento totale della pompa di 0,8.



### Svolgimento

a) Si applica Bernoulli nel tratto 1-2:  $\Delta p_{\text{pompa}} + p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p_{1,2}$

$$\Delta p_{1,2} = 0$$

$z_1 = z_2$  (perché orizzontale)

$v_1 = v_2$  (perché rettilineo a sezione costante)

$$\rightarrow \Delta p_{\text{pompa}} = p_2 - p_1$$

Si applica Bernoulli nel tratto 2-3:  $p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = p_3 + \rho g z_3 + \frac{1}{2} \rho v_3^2 + \Delta p_{2,3}$

$v_2 = v_3$  (perché rettilineo a sezione costante)

$$\rightarrow p_2 + \rho g z_2 = p_3 + \rho g z_3 + \Delta p_{2,3}$$

$$p_2 = p_3 + \rho g (z_3 - z_2) + \Delta p_{2,3}$$

Si calcolano le perdite di pressione distribuite e concentrate

$$\Delta p_{2,3} = \Delta p_d + \Delta p_c$$

$$\Delta p_d = f \cdot (L/D) \cdot \rho \cdot v^2 / 2$$

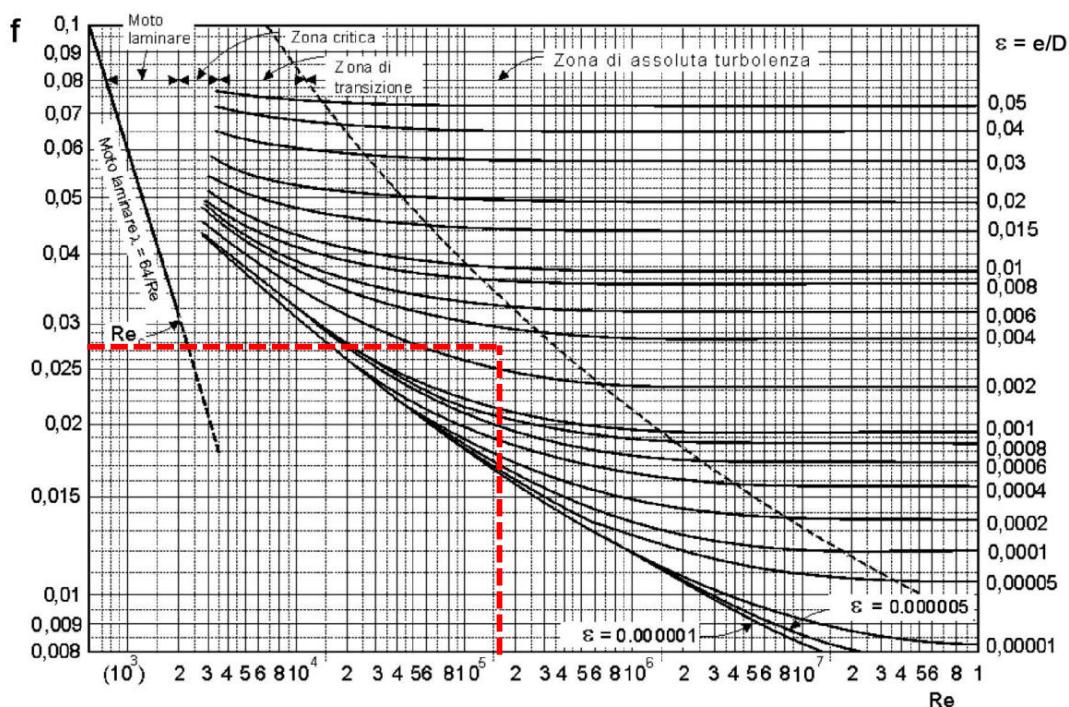
$$L = 50 \cdot \sqrt{2} = 70,71 \text{ m}$$

$$v = \dot{V} / A = 0,0139 / 0,01 = 1,39 \text{ m/s}$$

Si calcola il coefficiente di attrito  $f$ , individuando prima il numero di Reynolds

$$N_{Re} = (\rho \cdot v \cdot D) / \mu = (1000 \cdot 1,39 \cdot 0,113) / 0,001 = 157070 = 1,57 \cdot 10^5 \text{ (moto turbolento perché } N_{Re} > 4000)$$

DIAGRAMMA DI MOODY



$$f = 0,028$$

$$\Delta p_d = f \cdot (L/D) \cdot \rho \cdot v^2 / 2 = 0,028 \cdot (70,71/0,113) \cdot 1000 \cdot 1,39^2 / 2 = 16926 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_c = \beta \cdot \rho \cdot v^2/2 = 3 \cdot 1000 \cdot 1,39^2/2 = 2898 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{2,3} = \Delta p_d + \Delta p_c = 16926 + 2898 = 19824 \text{ Pa}$$

$$p_2 = p_3 + \rho g (z_3 - z_2) + \Delta p_{2,3} = 300000 + 1000 \cdot 9,81 (50) + 19824 = 810324 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{\text{pompa}} = p_2 - p_1 = 810324 - 100000 = 710324 \text{ Pa}$$

$$\text{prev} = \Delta p_{\text{pompa}} / \rho \cdot g = 710324 / (1000 \cdot 9,81) = \mathbf{72,41 \text{ m}}$$

b)  $W = \Delta p_{\text{pompa}} \cdot \dot{V} = 710324 \cdot 0,0139 = \mathbf{9873 \text{ W}}$

c)  $E = (W \cdot \tau) / \eta = 9873 \cdot 10 \cdot 200 / 0,8 = 2468,5 \cdot 10^4 \text{ Wh} = 24682 \text{ kWh}$

$$\text{costo tot} = 0,15 \text{ €/kWh} \cdot 24682 \text{ kWh} = \mathbf{3702,3 \text{ €}}$$

### **Esercizio 60**

Le utenze di acqua potabile di una unità abitativa posta all'ultimo piano di uno stabile sono servite da un condotto circolare di diametro 2 cm ( $\varepsilon = 0,0006$ ), che convoglia una portata pari a 360 l/h ( $v = 0,42 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ).

L'utenza è posta 20 m al di sopra del punto di presa dell'acquedotto, la pressione al punto di presa è pari a 4 bar, la lunghezza del condotto è pari a 50 m ed il coefficiente di perdita localizzata complessivo,  $\beta_{\text{tot}}$ , è pari a 40. Calcolare:

- a) la portata massica che fluisce nel condotto ( $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ );
- b) la velocità media dell'acqua nel condotto;
- c) la caduta di pressione per perdite distribuite e quella per perdite concentrate;
- d) la pressione dell'acqua disponibile al punto di utenza.

### **Svolgimento**

a)  $\dot{m} = \dot{V} \rho$

$$\dot{V} = 360 \text{ l/h} = 360 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{h} = 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\dot{m} = 10^{-4} \cdot 1000 = \mathbf{0,1 \text{ kg/s}}$$

Oppure, essendo acqua:  $\dot{m} = 360 \text{ kg/h} = 0,1 \text{ kg/s}$

b)  $v = \dot{m}/(\rho A)$

$$A = \pi r^2 = 0,000314 \text{ m}^2$$

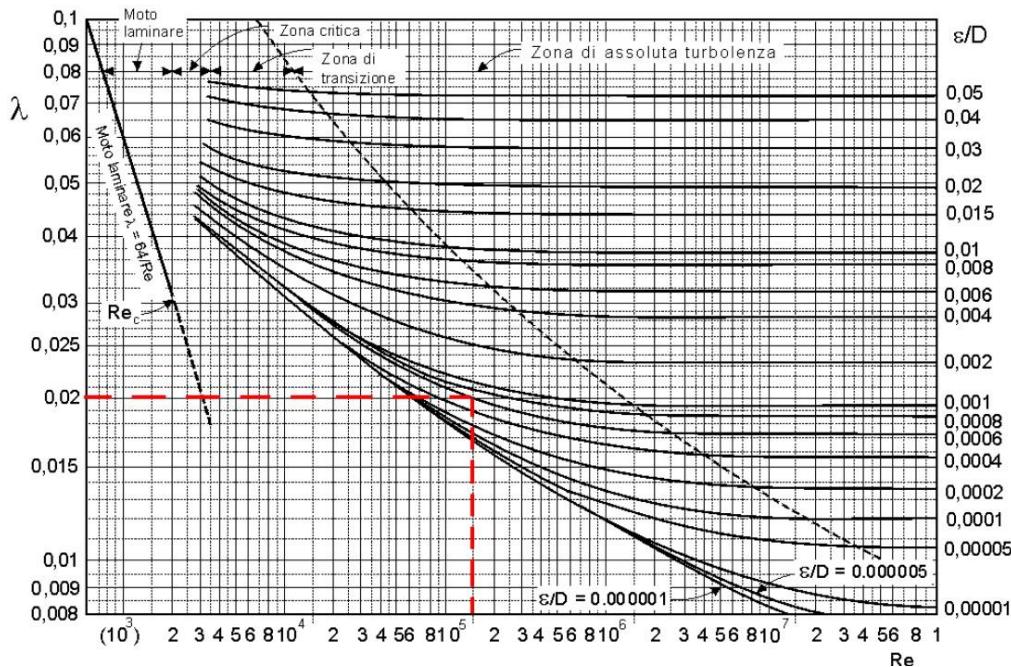
$$v = 0,1 / (1000 \cdot 0,000314) = \mathbf{0,318 \text{ m/s}}$$

c)  $\Delta p_d = f \cdot (L/D) \cdot \rho \cdot v^2/2$

Il coefficiente d'attrito  $f$  è ricavato attraverso il numero di Reynolds

$$N_{\text{Re}} = (v \cdot D) / \nu = (0,318 \cdot 0,02) / (0,42 \cdot 10^{-7}) = 151429 \text{ (moto turbolento perché } N_{\text{Re}} \text{ superiore a 4000)}$$

→ Il coefficiente di attrito  $f$  si ricava dal diagramma di Moody



$$f = 0,02$$

$$\Delta p_d = 0,02 \cdot (50/0,02) \cdot 1000 \cdot 0,318^2/2 = 2528,1 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_c = \beta \cdot \rho \cdot v^2/2 = 40 \cdot 1000 \cdot 0,318^2/2 = 2022,5 \text{ Pa}$$

$$\text{d)} \text{ Si applica Bernoulli: } p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p_{1,2}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= v_2 \text{ (perché rettilineo a sezione costante)} \\ \rightarrow p_2 &= p_1 + (\rho g) \cdot (z_1 - z_2) - \Delta p_{1,2} \end{aligned}$$

$$\Delta p_{1,2} = \Delta p_d + \Delta p_c = 2528,1 + 2022,5 = 4550,6 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 400000 + (1000 \cdot 9,81) \cdot (0-20) - 4550,6 = 199249,4 \text{ Pa} \approx 2 \text{ bar}$$

### Esercizio 61 (Esame del 27/02/2013)

Un condotto circolare di diametro 2,5 cm, che convoglia una portata di 3 m<sup>3</sup>/h, è servito da una pompa della potenza di 0,7 kW. Sapendo che il dislivello tra la pompa e l'utenza è di 50 m, che la pressione a valle della pompa è di 200000 Pa e che è presente una perdita localizzata il cui coefficiente  $\beta$  è pari a 20, calcolare:

1. la velocità media dell'acqua nel condotto;
2. la caduta di pressione per perdite distribuite e quella per perdite concentrate;
3. la sovrapressione fornita dalla pompa;
4. la pressione dell'acqua disponibile all'utenza.

Sono noti la viscosità dinamica dell'acqua pari a 0,001 kg/ms e la scabrezza relativa della tubazione pari a 0,01.

	Grandezza	Valore	Unità di misura
a)	Velocità media dell'acqua	1,7	m/s
b)	Caduta di pressione per perdite distribuite	115600	Pa
c)	Caduta di pressione per perdite concentrate	28900	Pa
d)	Sovrapressione fornita dalla pompa	840003	Pa
e)	Pressione dell'acqua al punto di utenza	405003	Pa

### Svolgimento

1)

$$A = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \frac{0,025^2}{4} = 4,9087 \cdot 10^{-4} m^2$$

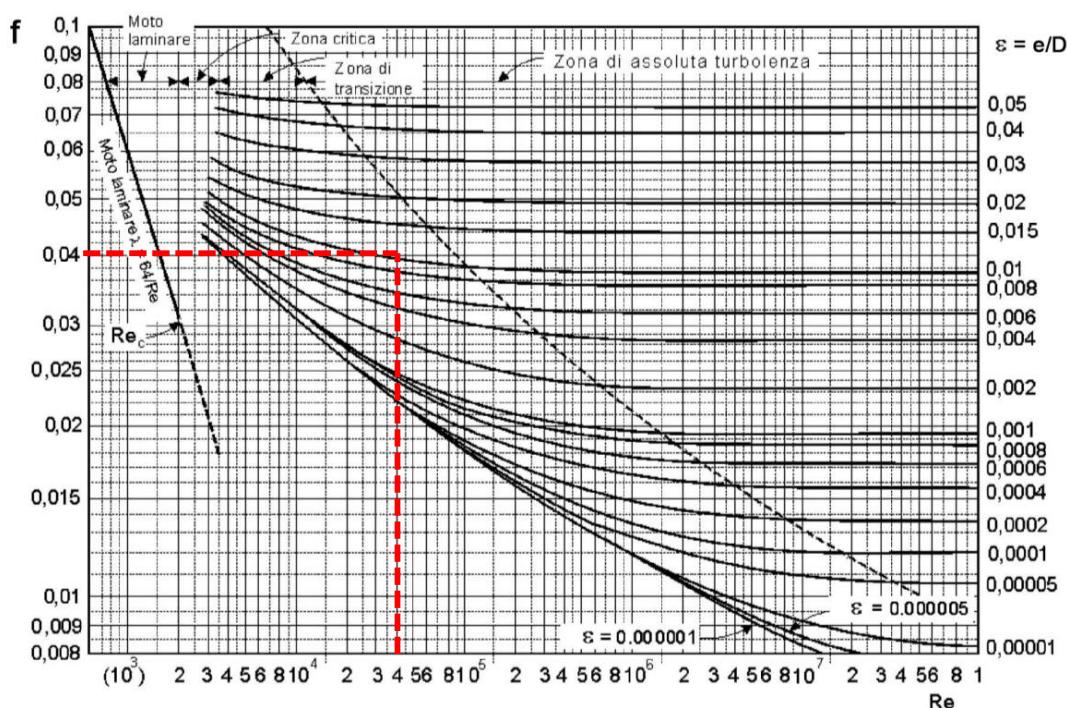
$$\dot{V} = \frac{3}{3600} = 8,33 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{s}$$

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{8,33 \cdot 10^{-4}}{4,9087 \cdot 10^{-4}} = 1,7 \frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{1000 \cdot 1,7 \cdot 0,025}{0,001} = 42500$$

Da Moody:  $f=0,04$

DIAGRAMMA DI MOODY



2)

$$\Delta p_d = f \frac{L}{D} \rho \frac{v^2}{2} = 0,04 \frac{50}{0,025} 1000 \frac{1,7^2}{2} = 115600 Pa$$

$$\Delta p_c = \beta \rho \frac{v^2}{2} = 20 \cdot 1000 \frac{1,7^2}{2} = 28900 Pa$$

3)

$$\Delta p_{pm} = \frac{\dot{W}}{\dot{V}} = \frac{700}{8,33 \cdot 10^{-4}} = 840003 Pa$$

4)

$$\Delta p_{12} = \Delta p_d + \Delta p_c = 115600 + 28900 = 144500 Pa$$

$$p_2 = p_1 + \Delta p_{pm} - \rho g(z_2 - z_1) - \Delta p_{l2} = 200000 + 840003 - 1000 \cdot 9,81 \cdot 50 - 144500 = 405003 \text{ Pa} = 4 \text{ bar}$$

**Esercizio 62** (Esame del 22/07/2013)

In un condotto a sezione circolare costante di diametro pari a 15 cm circola una portata d'olio incognita ( $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$ ,  $v = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ) alla velocità di 1.2 m/s. Tale condotto è lungo 80 m e collega alla base due serbatoi a pelo libero e capacità infinita che presentano una differenza di quota di 50 m. Il serbatoio A, a quota inferiore tra i due, è riempito per 4 m di altezza mentre il serbatoio B, quello alla quota superiore, è riempito fino a 3 m. All'inizio del condotto è installata una pompa che permette di movimentare il fluido dal serbatoio A a quello B. Sapendo che il coefficiente di perdita localizzata complessivo,  $\beta_{tot}$ , vale 20, calcolare:

	<b>Grandezza</b>	<b>Valore</b>	<b>Unità di misura</b>
a)	La portata in volume di olio che circola nel condotto	0,0212	$\text{m}^3/\text{s}$
b <sub>1</sub> )	La pressione alla base del serbatoio A	136641	Pa
b <sub>2</sub> )	La pressione alla base del serbatoio B	127812	Pa
c <sub>1</sub> )	Le perdite di pressione distribuite lungo il condotto	24576	Pa
c <sub>2</sub> )	Le perdite di pressione concentrate lungo il condotto	12960	Pa
d)	La potenza della pompa installata	10	kW

**Svolgimento**

$$\text{a)} \quad A = \pi \frac{D^2}{4} = 0,0177 \text{ m}^2$$

$$\dot{V} = vA = 1,2 \cdot 0,0177 = 0,0212 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{b)} \quad p_A = p_{atm} + \rho gh_A = 101325 + 900 \cdot 9,81 \cdot 4 = 136641 \text{ Pa}$$

$$p_B = p_{atm} + \rho gh_B = 101325 + 900 \cdot 9,81 \cdot 3 = 127812 \text{ Pa}$$

$$\text{c)} \quad \text{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{1,2 \cdot 0,15}{2 \cdot 10^{-4}} = 900 < 2300 \text{ moto laminare}$$

$$f = 64/\text{Re} = 64/900 = 0,0711$$

$$\Delta p_d = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 0,0711 \cdot \frac{80}{0,15} \cdot 900 \cdot \frac{1,2^2}{2} = 24576 \text{ Pa}$$

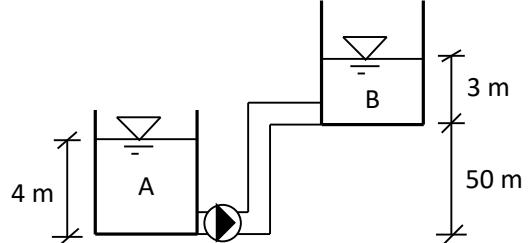
$$\Delta p_c = \beta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 20 \cdot 900 \cdot \frac{1,2^2}{2} = 12960 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{1,2} = \Delta p_d + \Delta p_c = 24576 + 12960 = 37536 \text{ Pa}$$

$$\text{d)} \quad p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \Delta p_{pompa} = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p_{1,2}$$

$$\Delta p_{pompa} = (p_2 - p_1) + \rho g(z_2 - z_1) + \Delta p_{1,2} = (127812 - 136641) + 900 \cdot 9,81 \cdot 50 + 37536 = 470157 \text{ Pa}$$

$$W_{mecc} = \Delta p_{pompa} \cdot \dot{V} = 470157 \cdot 0,0212 = 9967 \text{ W} \sim 10 \text{ kW}$$



**Esercizio 63 (Esame del 04/07/2013)**

Si consideri un condotto circolare a sezione costante pari a  $81,0 \text{ cm}^2$  e lungo 25 m, in cui fluisce una portata di acqua pari a 36000 kg/h ( $v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ). Il dislivello tra le due sezioni terminali del tubo, entrambe a pressione atmosferica, è superato grazie alla presenza di una pompa della potenza meccanica di 500 W. Nota la scabrezza assoluta del condotto, pari a 0,4 mm, e sapendo che il coefficiente di perdita localizzata complessivo,  $\beta_{\text{tot}}$ , vale 14, calcolare:

a)	la velocità del fluido nel condotto	1,23	m/s
b <sub>1</sub> )	le perdite di pressione distribuite	5673	Pa
b <sub>2</sub> )	le perdite di pressione concentrate	10590	Pa
c)	il dislivello superato dalla pompa	3,44	m
d)	Il consumo di energia elettrica annuale se il rendimento è 0,9 e la pompa funziona in continuo	4,87	MWh

**Svolgimento**

$$\text{a)} \quad \dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{36000/3600}{1000} = \frac{10}{1000} = 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

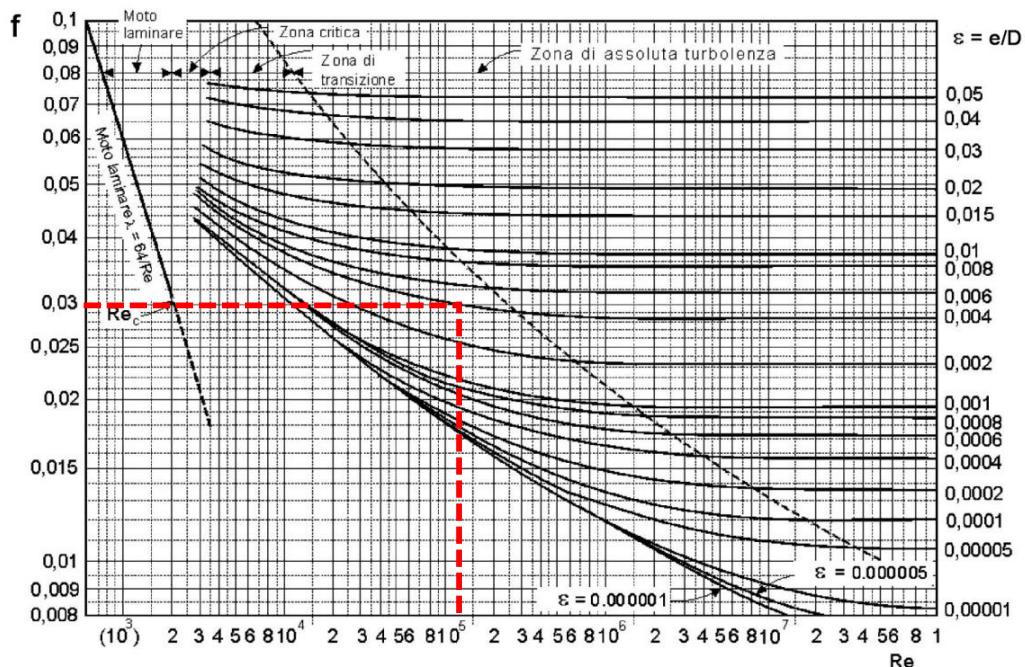
$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{10^{-2}}{81 \cdot 10^{-4}} = 1,23 \text{ m/s}$$

$$\text{b)} \quad D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 81 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 0,10 \text{ m}$$

$$\text{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{1,23 \cdot 0,1}{10^{-6}} = 123000 \approx 1,23 \cdot 10^5 > 4000 \text{ moto turbolento}$$

$$\varepsilon = \frac{e}{D} = 0,0004 / 0,1 = 0,004$$

DIAGRAMMA DI MOODY



$$f = 0,03 \text{ (da Moody)}$$

$$\Delta p_d = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 0,03 \cdot \frac{25}{0,1} \cdot 1000 \cdot \frac{1,23^2}{2} = 5673 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_c = \beta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 14 \cdot 1000 \cdot \frac{1,23^2}{2} = 10590 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{1,2} = \Delta p_d + \Delta p_c = 5673 + 10590 = 16263 \text{ Pa}$$

c)  $\Delta p_{\text{pompa}} = W_{\text{mecc}} / \dot{V} = 500 / 0,01 = 50000 \text{ Pa}$

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \Delta p_{\text{pompa}} = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p_{1,2}$$

$$(z_2 - z_1) = (\Delta p_{\text{pompa}} - \Delta p_{1,2}) / \rho g = (50000 - 16263) / (9,81 \cdot 1000) = 3,44 \text{ m}$$

d) Consumo di energia =  $(W \cdot \tau) / \eta = (500 \cdot 365 \cdot 24) / 0,9 = 4866666,6 \text{ Wh} = 4,87 \text{ MWh}$

**Esercizio 64 (Esame del 06/09/2013)**

Tra la sezione di ingresso e quella di uscita di un condotto lungo 50 metri, a sezione costante e avente diametro interno pari a 3 cm, è presente un dislivello di 5 metri. Nel condotto fluisce una portata di  $18 \text{ m}^3/\text{h}$  di olio ( $\rho=900 \text{ kg/m}^3$ ;  $v = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ ). Alla fine del condotto è presente un rubinetto caratterizzato da un coefficiente di perdita concentrata ( $\beta$ ) pari a 6.

Si chiede di calcolare:

a)	La velocità media del fluido nel condotto	7,14	m/s
b)	Il tipo di moto	Lim.	-
c)	Le perdite di pressione lungo il condotto	2431727	Pa
d)	La potenza meccanica della pompa	12,4	kW

**Svolgimento**

a)  $A = \pi r^2 = \pi \frac{D^2}{4} = \pi \frac{0,03^2}{4} = 0,0007 \text{ m}^2$

$$\dot{V} = \frac{18}{3600} = 0,005 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{0,005}{0,0007} = 7,14 \text{ m/s}$$

b)  $Re = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{7,14 \cdot 0,03}{2 \cdot 10^{-4}} = 1071 < 2300$  moto laminare

c)  $\Delta p_{1,2} = \Delta p_d + \Delta p_c$

$$f = 64/Re = 64/1061 = 0,06$$

$$\Delta p_d = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 0,06 \cdot \frac{50}{0,03} \cdot 900 \cdot \frac{7,14^2}{2} = 2294082 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_c = \beta \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = 6 \cdot 900 \cdot \frac{7,14^2}{2} = 137645 \text{ Pa}$$

$$\Delta p_{1,2} = \Delta p_d + \Delta p_c = 2294082 + 137645 = 2431727 \text{ Pa}$$

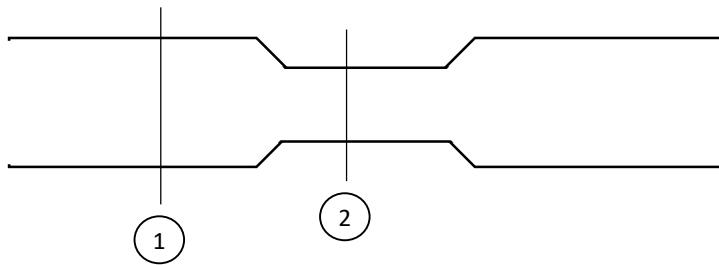
d)  $p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \Delta p_{\text{pompa}} = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \Delta p_{1,2}$

$$p_1 = p_2 \text{ e } v_1 = v_2 \\ \Delta p_{\text{pompa}} = \rho g(z_2 - z_1) + \Delta p_{1,2} = 900 \cdot 9,81 \cdot 5 + 2431727 = 2475872 \text{ Pa}$$

$$W_{\text{mecc}} = \Delta p_{\text{pompa}} \cdot \dot{V} = 2475872 \cdot 0,005 = 12379,4 \text{ W} = 12,4 \text{ kW}$$

### Esercizio 65

Un tuo orizzontale di 15 cm di diametro (sezione 1) ha una strozzatura (sezione 2) di 5 cm di diametro ed è percorso da acqua. La velocità del fluido nel tubo (sezione 1) è di 50 cm/s e la pressione relativa è di  $1,2 \cdot 10^5$  Pa. Calcolare la velocità  $v_2$  e la pressione relativa  $p_2$  nella strozzatura, supponendo che l'acqua sia considerabile un fluido perfetto.



### Svolgimento

$$\dot{V} = \text{cost} \rightarrow v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot A_1}{A_2} = \frac{0,5 \cdot \pi \frac{0,15^2}{4}}{\pi \frac{0,05^2}{4}} = 4,5 \text{ m/s}$$

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) = 120000 + \frac{1}{2} 1000 (0,5^2 - 4,5^2) = 110000 \text{ Pa} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

### Esercizio 66

Determinare il lavoro  $W$  compiuto da una pompa nel sollevare, per 20 m,  $5 \text{ m}^3$  di acqua captata da un canale a pelo libero e di farla fluire in un condotto con la pressione relativa di  $1,5 \cdot 10^5$  Pa. Si supponga che l'acqua sia un fluido perfetto e si trascurino le variazioni di energia cinetica.

### Svolgimento

$$W_{\text{pompa}} = \Delta p_{\text{pompa}} \cdot V$$

$$p_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \Delta p_{\text{pompa}} = p_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$\Delta p_{\text{pompa}} = p_2 + \rho g (z_2 - z_1) = 1,5 \cdot 10^5 + 1000 \cdot 9,81 \cdot (20) = 346200 \text{ Pa}$$

$$W_{\text{pompa}} = \Delta p_{\text{pompa}} \cdot V = 346200 \cdot 5 = 1731000 \text{ J} = 1,731 \text{ MJ}$$