

## MECCANICA DEI FLUIDI

In meccanica dei fluidi, caratterizzare il moto significa descrivere il comportamento di un fluido attraverso tre campi fondamentali: **velocità**, **pressione** e, quando serve, **temperatura**. Per poter sviluppare modelli risolvibili, si introducono alcune ipotesi semplificative:

1. Il campo di moto è **indipendente dalla temperatura**: non si considerano fenomeni termici.
2. Il moto è **stazionario e unidimensionale**: la velocità dipende solo da una coordinata spaziale e non cambia nel tempo.
3. Il fluido è **incomprimibile**, cioè la densità è costante anche al variare della pressione.

Queste condizioni si applicano bene al moto di un liquido in un condotto, e anche all'aria se le variazioni di pressione non sono troppo grandi.

## PORTATA (MASSICA E VOLUMICA)

Quando si ha un **sistema aperto**, cioè un fluido che attraversa una certa sezione (come in un tubo), è utile definire il concetto di **portata**, che può essere:

### 1. Portata massica

È la **massa di fluido** che attraversa una sezione per unità di tempo:

$$\dot{m} = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

In condizioni stazionarie, la portata massica può essere espressa anche come:

$$\dot{m} = \rho \cdot A \cdot v$$

dove:

- $\rho$  = densità del fluido;
- $A$  = area della sezione attraversata;
- $v$  = velocità media del fluido.

### 2. Portata volumica

È il **volume di fluido** che attraversa una sezione per unità di tempo:

$$\dot{V} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

In condizioni stazionarie:

$$\dot{V} = A \cdot v$$

e si ha il legame diretto tra portata massica e volumica:

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$$

## VISCOSITÀ

Quando un fluido è in quiete, le uniche forze che si sviluppano tra il fluido e le pareti del contenitore sono **pressioni normali** (cioè perpendicolari alle superfici). Tuttavia, quando il fluido è in movimento, compaiono anche **sforzi tangenziali**, legati all'attrito interno tra strati adiacenti di fluido che si muovono a velocità differenti.

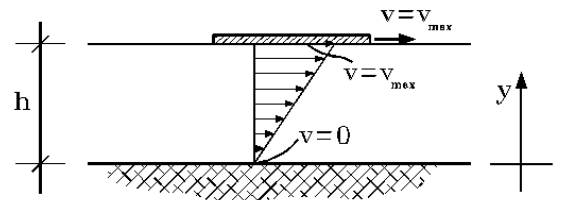
Un concetto fondamentale per descrivere questo comportamento è la **viscosità**: una proprietà dei fluidi che misura la resistenza al movimento interno. Per esempio, se si trascina una tavola sulla superficie dell'acqua, si osserva che il fluido aderisce alla parete e la velocità del fluido **varia linearmente** dal valore massimo alla superficie libera fino a zero in prossimità della parete.

In prima approssimazione (per un fluido tra due lastre), il profilo di velocità può essere descritto così:

$$v(y) = \frac{v_{\max}}{h} \cdot y$$

dove:

- $v(y)$  è la velocità a distanza  $y$  dalla parete fissa;
- $v_{\max}$  è la velocità della parete mobile;
- $h$  è la distanza tra le due pareti.



La forza necessaria a mantenere il fluido in movimento genera una **tensione tangenziale  $\tau$** , proporzionale al gradiente di velocità:

$$\tau = \mu \cdot \frac{dv}{dy}$$

dove:

- $\mu$  è la **viscosità dinamica**, ovvero il coefficiente che lega la tensione tangenziale al gradiente di velocità.

Questa relazione è la **legge di Newton per i fluidi viscosi**. Essa vale per i fluidi detti *newtoniani*, dove  $\mu$  è costante (es. acqua, aria, olio... fino a un certo punto).

Oltre alla viscosità dinamica, si definisce anche la **viscosità cinematica  $\nu$** , che tiene conto della densità del fluido:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{dove:}$$

- $\rho$  è la densità del fluido.

## TIPI DI MOTO E PROFILI DI VELOCITÀ

In un condotto, il moto di un fluido può presentarsi in due modalità fondamentali: **laminare** o **turbolento**. La distinzione è basata principalmente sulla **struttura delle linee di corrente** e sulla **presenza o meno di vortici e fluttuazioni**.

### Moto laminare

Nel moto laminare, il fluido si muove in **strati paralleli** (o "lamine") che scorrono ordinatamente l'uno sull'altro. La velocità varia solo lungo la direzione **perpendicolare all'asse del condotto**, mentre le particelle non si mescolano tra strati adiacenti. Questo tipo di moto è tipico a **bassa velocità** e in **fluidi molto viscosi**.

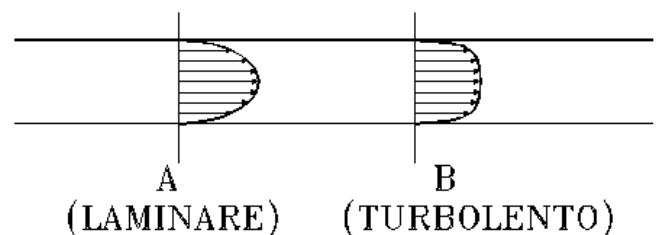
### Moto turbolento

Nel moto turbolento, il fluido presenta **componenti trasversali della velocità, vortici e fluttuazioni nel tempo**. Le particelle seguono traiettorie caotiche e si mescolano continuamente. Anche se il moto è intrinsecamente instabile, spesso si ricorre a una **descrizione media** della velocità per semplificare i calcoli, trattandolo così come "stazionario" in senso statistico.

## PROFILI DI VELOCITÀ

In sezione, il fluido **non si muove alla stessa velocità** in tutti i punti. Il profilo dipende dal tipo di moto:

- **moto laminare**: profilo **parabolico**, con velocità massima al centro e nulla alle pareti;
- **moto turbolento**: profilo **più piatto**, perché i vortici tendono a uniformare la velocità.



Questa variabilità della velocità all'interno della sezione viene superata, per scopi pratici, **utilizzando la velocità media** vvv nelle formule ingegneristiche (come Bernoulli o conservazione della massa).

## NUMERO DI REYNOLDS

Per classificare il tipo di moto all'interno di un condotto (laminare o turbolento), si utilizza un parametro adimensionale chiamato **numero di Reynolds**, indicato con  $Re$ .

Questo numero mette in relazione **le forze inerziali** con **le forze viscosi** nel fluido. In pratica, ci dice se il moto è più influenzato dall'inerzia del fluido (quindi tende a essere instabile e turbolento) oppure dalla viscosità (quindi ordinato e laminare).

La formula generale per il numero di Reynolds è:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\mu}$$

oppure, usando la viscosità cinematica  $\nu = \mu/\rho$ :

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$$

dove:

- $\rho$  = densità del fluido;
- $v$  = velocità media;
- $D$  = diametro del condotto;
- $\mu$  = viscosità dinamica;
- $\nu$  = viscosità cinematica;

## INTERPRETAZIONE

- Se  **$Re < 2300$**  → **moto laminare**;
- se  **$Re > 4000$**  → **moto turbolento**;
- se  **$2300 < Re < 4000$**  → **regime di transizione**, dove il moto può alternarsi tra laminare e turbolento.

Questi valori si riferiscono a condotti circolari. Se il condotto non è perfettamente circolare (es. rettangolare), si utilizza il **diametro idraulico**  $D^*$ , definito come:

$$D^* = \frac{4A}{P}$$

dove:

- $A$  = area della sezione del condotto
- $P$  = perimetro bagnato (cioè il perimetro effettivamente a contatto col fluido)

## PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA

Il principio di conservazione della massa afferma che, in un sistema chiuso o in condizioni stazionarie, **la massa non si crea e non si distrugge**: la quantità di massa che entra in un sistema è uguale a quella che ne esce.

Nel caso di un fluido in movimento all'interno di un condotto, questo significa che la **portata massica** che attraversa ogni sezione del condotto **rimane costante**. Di conseguenza, se il fluido è incompressibile e il moto è stazionario, la **velocità e l'area della sezione** sono legate in modo inversamente proporzionale.

La formulazione matematica del principio è:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2$$

e quindi:

$$\rho \cdot A_1 \cdot v_1 = \rho \cdot A_2 \cdot v_2$$

Dal momento che la densità è costante (fluido incompressibile), si semplifica:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Questa relazione è nota come **equazione di continuità**, e consente di calcolare la velocità in una sezione del condotto conoscendo l'altra.

## FLUIDO PERFETTO E FLUIDO INCOMPRESSIBILE

In meccanica dei fluidi, un **fluido perfetto** è un modello ideale di fluido che **non oppone resistenza al moto**. In termini tecnici, si tratta di un fluido privo di viscosità, che quindi non genera attriti interni né sforzi tangenziali tra strati adiacenti.

Le condizioni che definiscono un fluido perfetto sono:

- la viscosità dinamica è nulla;
- la viscosità cinematica è nulla.

In formule:

$$\mu = 0 \quad \text{e} \quad \nu = 0$$

Un altro concetto utile è quello di **fluido incompressibile**, ossia un fluido per cui la densità resta costante indipendentemente dalle variazioni di pressione:

$$\rho = \text{costante}$$

### PRINCIPIO DI BERNOULLI PER FLUIDI PERFETTI

Il principio di Bernoulli deriva dal bilancio di energia meccanica su una particella fluida che si muove lungo una linea di corrente, in condizioni ideali (senza attriti e in moto stazionario).

Esso afferma che, lungo una stessa linea di corrente, la **somma dell'energia di pressione, cinetica e potenziale** rimane costante.

L'equazione completa del principio di Bernoulli per un fluido perfetto è:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

dove:

- $p$  è la pressione statica;
- $v$  è la velocità del fluido;
- $z$  è la quota altimetrica (energia potenziale);
- $g$  è l'accelerazione di gravità;
- $\rho$  è la densità del fluido.

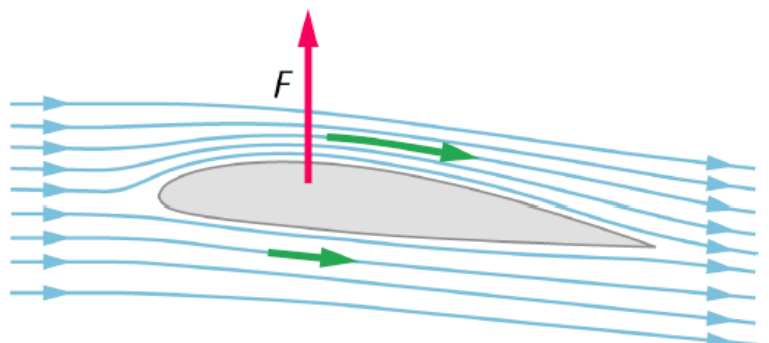
Poiché le sezioni 1 e 2 sono scelte in modo generico, la stessa equazione si può scrivere anche in forma sintetica:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z = \text{costante}$$

### PRESSIONE STATICA, DINAMICA E TOTALE

A partire da Bernoulli, possiamo definire:

- **pressione statica:**  $p$
- **pressione dinamica:**  $\frac{1}{2}\rho v^2$
- **pressione totale:**  $p_{\text{tot}} = p + \frac{1}{2}\rho v^2$



Queste definizioni sono utilissime in aerodinamica, ventilazione e nel dimensionamento di impianti idraulici.

## BERNOULLI PER FLUIDI REALI E PERDITE DI CARICO

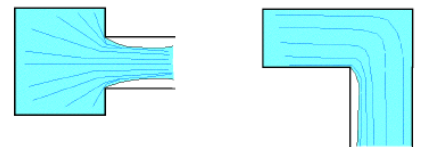
Nel caso dei fluidi reali, a causa della **viscosità**, si generano **sforzi tangenziali** e dunque **perdite di energia meccanica** lungo il percorso del fluido. Per tenere conto di questo fenomeno, l'equazione di Bernoulli viene modificata introducendo un termine chiamato **perdita di carico** (o **caduta di pressione**).

Equazione di Bernoulli per fluidi reali:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + \Delta p_{1,2}$$

Il termine  $\Delta p_{1,2}$  rappresenta la **perdita di pressione tra la sezione 1 e la sezione 2** dovuta agli attriti interni.

Il valore di questa perdita dipende da vari fattori, tra cui la lunghezza del condotto, il tipo di moto e le eventuali irregolarità geometriche.



### Tipologie di perdite di carico

Le perdite di pressione si suddividono in:

#### 1. Perdite distribuite

Sono causate **dall'attrito lungo le pareti** del condotto e si verificano anche in tratti perfettamente rettilinei. Si calcolano con la formula:

$$\Delta p_d = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2}\rho v^2$$

dove:

- $f$  è il **coefficiente di attrito** (dipende da Reynolds e dalla scabrezza);
- $L$  è la lunghezza del tratto;
- $D$  è il diametro (idraulico, se il condotto non è circolare);
- $v$  è la velocità media del fluido.

In regime laminare (condotto circolare),  $f$  si può calcolare con:

$$f = \frac{64}{\text{Re}}$$



## 2. Perdite concentrate

Sono localizzate in corrispondenza di **cambiamenti di direzione o sezione**, come curve, restringimenti, valvole, diramazioni. Queste generano **vortici** e aumentano localmente i gradienti di velocità.

Si calcolano con:

$$\Delta p_c = \beta \cdot \frac{1}{2} \rho v^2$$

dove:

- $\beta$  è un coefficiente sperimentale che dipende dalla geometria dell'ostacolo.

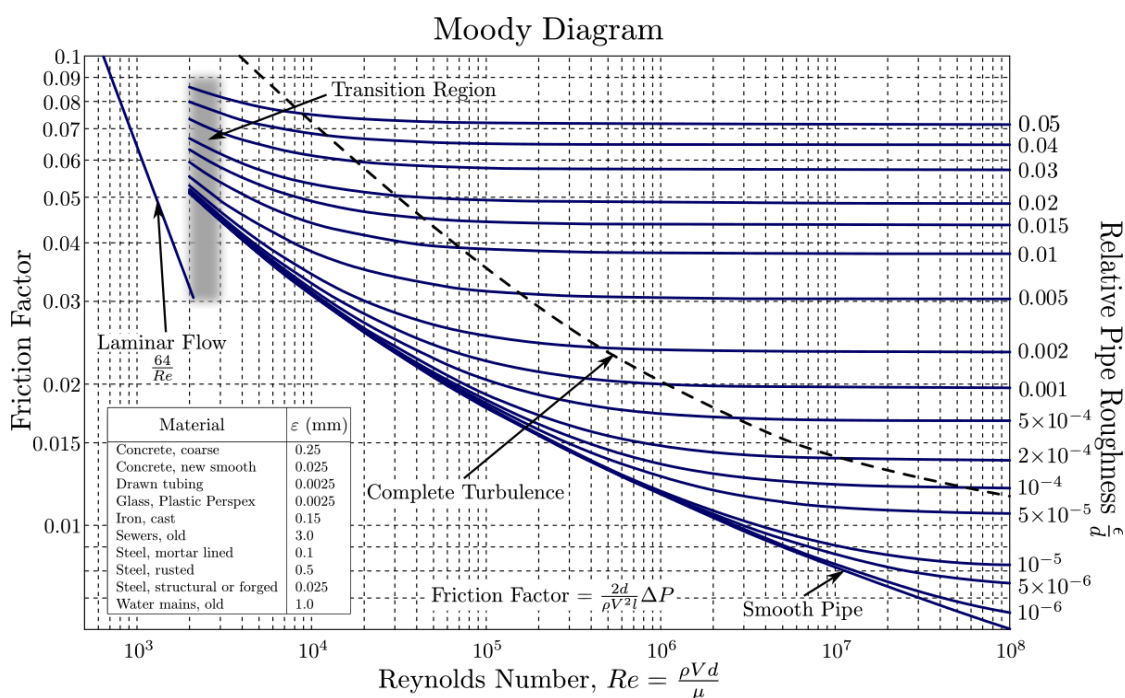
## SCABREZZA E CONDOTTI TURBOLENTI

Nel caso di **moto turbolento**, il coefficiente  $f$  non dipende solo da  $Re$ , ma anche dalla **scabrezza relativa** del condotto:

$$\frac{\varepsilon}{D}$$

dove

- $\varepsilon$  è la scabrezza assoluta (altezza media delle rugosità interne).



Per stimare  $f$  si usa spesso il **diagramma di Moody**, che rappresenta graficamente il valore di  $f$  in funzione di  $Re$  e della scabrezza relativa.

## BERNOULLI CON ENERGIA MECCANICA DI UNA POMPA

Nel caso in cui il fluido riceva **energia meccanica** da una pompa (o da un ventilatore), l'equazione di Bernoulli si arricchisce di un ulteriore termine.

Infatti, oltre a considerare le **perdite di carico**, bisogna tenere conto anche della **sovrappressione** generata dalla macchina, cioè dell'**aumento di energia disponibile** per il fluido.

L'equazione di Bernoulli modificata diventa:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 + \Delta p_{\text{pompa}} = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + \Delta p_{1,2}$$

dove:

- $\Delta p_{\text{pompa}}$  è la **sovrappressione fornita dalla pompa** (guadagno di pressione);
- $\Delta p_{1,2}$  è la **perdita di carico totale** (somma delle perdite distribuite e concentrate).

## CALCOLO DELLA POTENZA FORNITA DA UNA POMPA

Se si conosce la sovrappressione e la portata, è possibile determinare la **potenza meccanica** fornita dalla pompa con la seguente relazione:

$$\dot{W}_{\text{mec}} = \Delta p_{\text{pompa}} \cdot \dot{V}$$

dove:

- $\dot{W}_{\text{mec}}$  è la **potenza in watt**;
- $\Delta p_{\text{pompa}}$  è la **sovrappressione in pascal**;
- $\dot{V}$  è la **portata volumica in m³/s**.

