

Modulo 3

LE GRANDI LUCI

Il solido De Saint Venant, è la soluzione giusta per qualunque problema in architettura?

Tipi strutturali che possono supplire alla trave in occasione delle occasioni strutturali

Luce: distanza tra due vincoli esterni consecutivi

Ci sono progetti che implicano che la distanza tra due vincoli esterni consecutivi sia molto grande

Es. *Ponte sullo stretto di Messina* (vincolo esterno a Messina, e l'altro a Reggio Calabria) 3,6 km.

Una trave (solido di De Saint Venant) soggetta a tutte e tre le caratteristiche di sollecitazione, è in grado di superare qualunque luce?

Richiami sulla trave inflessa (caso paradigmatico)

Considerare una condizione di carico più articolata: (carico variabile qualunque, uniformemente distribuito q + pp **peso proprio**), il medesimo peso della medesima trave, che già di suo, in quanto dotato di massa, sarà soggetta ad una sua propria forza peso, per via della forza di gravità).

Assumendo che la trave sia fatta con materiale dato, con **densità**

> Il carico distribuito (pp) può essere definito come base x altezza, x densità volumica del materiale, x accelerazione di gravità: carico che avrà come unità di misura Newton su metro (**N/m**).

Contributo che ogni carico ha sullo stato di sollecitazione della trave

Freccia: deformata qualitativa della trave (espressione della freccia massima per trave in semplice appoggio

Taglio proporzionale alla luce

Momento proporzionale al quadrato alla luce

Freccia proporzionale alla luce alla quarta

E: caratteristica del materiale che costituisce la trave

J: caratteristica che discende dalla geometria della sezione

Perché ho bisogno di mettere in evidenza dipendenza da L ?

Al variare di L , come varia lo stato di sollecitazione e deformazione?

Queste espressioni ci permettono di valutarlo insieme.

In particolare

Sollecitazioni: al crescere della luce di calcolo, aumentano le sollecitazioni massime di taglio e momento flettente

Per luci che arrivano a 50 m l'andamento è drammaticamente differente

Al crescere della luce, deve preoccupare più taglio o momento flettente? **Momento flettente**

Crescere con velocità non confrontabile con taglio

Il problema della trave al crescere della luce sembra essere il momento

Ecco che valuteremo i limiti della trave inflessa

Durante il progetto di un architettura di che cosa dovremmo preoccuparci?

Che la sollecitazione massima (**Smax**) debba essere per ogni sezione minore/uguale della resistenza della trave nella medesima sezione, e potersi esprimere con il momento resistente.

Qualunque luce stiamo calcolando, dobbiamo garantire il rispetto di questa equazione:

E importante considerarla come (S_{max}) \rightarrow (T_{max}) proporzionale a L ed (M_{max}) proporzionale a L^2

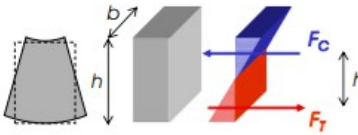
Definiamo **R** (momento resistente, si oppone al momento sollecitante)

Disequazione fondamentale della sicurezza generale in termini di sollecitazione (momento) critico per la grande luce

Il momento sollecitante max lungo la trave deve essere minore o uguale al momento resistente

Il momento sollecitante max, in virtù del fatto che abbiamo diviso il carico nelle due componenti di carico variabile (q) e peso (pp) sarà dato dalla somma del momento sollecitante dovuto al carico (q) e a (pp).

Si particularizza e si esplicita la disequazione di resistenza:



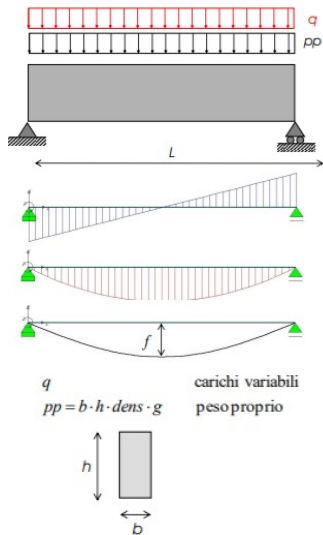
$$M_{S,max} \leq M_R$$

$$M_{S,max} = M_{S,pp} + M_{S,q} = bh \cdot dens \cdot g \frac{L^2}{8} + \frac{qL^2}{8}$$

$$M_R = F_T \cdot h' = \left[\sigma_{lim} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{b}{2} \right] \cdot \frac{2}{3} h = \sigma_{lim} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}$$

$$h' = 2 \left(\frac{h}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \right) = \frac{2}{3} h$$

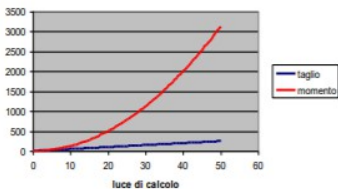
Caratterizzata dalla variazione della curvatura della linea d'asse (**incremento curvatura linea d'asse**)



$$T_{max} = \frac{(q + pp)L}{2}$$

$$M_{max} = \frac{(q + pp)L^2}{8}$$

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{(q + pp)L^4}{EJ}$$



Al crescere della luce il momento flettente sollecitante è predominante sul taglio

$$1) T_{max} \propto L$$

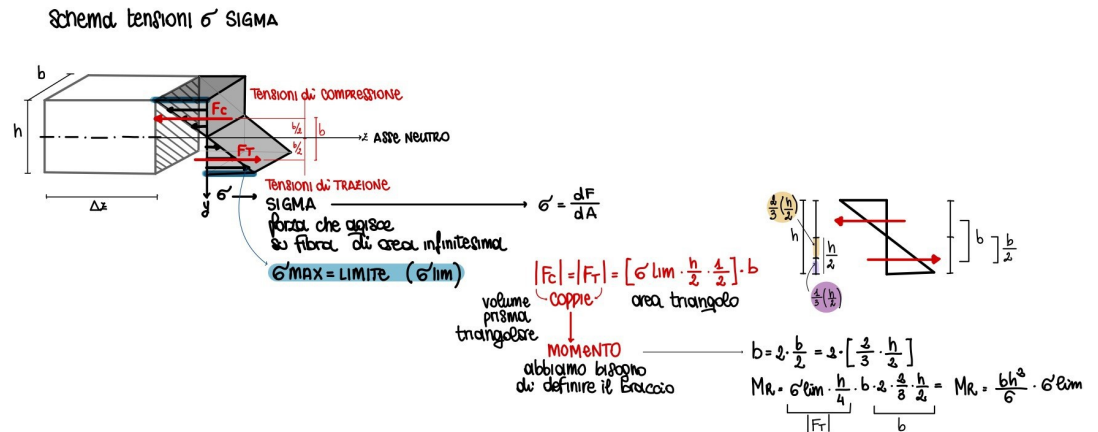
$$2) M_{max} \propto L^2$$

Limiti della trave inflessa: trave in legno lamellare

+Figuriamoci che il concio sia realizzato da tanti strati di fibre del materiale

Si può parlare di **forze** finché lo **strato di fibre** ha spessore finito

Come cambiano le tensioni normali del sigma lungo l'altezza della trave

Diagramma tensioni sigma

Questo concio di trave, a forza di essere inflesso, come si romperà?

Si crepa, (vie è una crisi per trazione al lembo inferiore e per compressione al lembo superiore) crisi che avverrà per prima nelle zone soggette a massima trazione e compressione.

Possiamo valutare, della distribuzione di tensioni, il momento corrispondente (**resistente**)

Distribuzione a farfalla (Studiare forza risultante triangolo inferiore e triangolo superiore)

MR: Momento risultante indotto dalla coppia, a sua volta indotta dalle tensioni, quando queste raggiungono il loro valore limite.

Strategie per far crescere il momento resistente (tutto quello che è al numeratore serve per far crescere il momento resistente : altezza o base o sigma limite, fra queste alternative quale la più conveniente?

L'altezza, perché è al quadrato. **Se raddoppio l'altezza, quadruplico il momento resistente.**

Questo ragionamento è fallace.

I limiti della trave inflessa: RESISTENZA

Figuriamoci di progettare bocciofila

Travi in semplice appoggio in legno lamellare

Densità legno 600Kg a metro cubo

Sigma limite del legno lamellare 14N/m²

Ammetto che sulla trave che realizza la copertura della bocciofila, il carico q distribuito è pari a 3750 (n/m)

Stabilisco una **relazione di proporzionalità**

Altezza trave: 1/20 della luce

Immagino di dover progettare luce di 200m

Andrà bene la trave di legno lamellare?

$$h = 1/20 L$$

$$\text{dens} = 6000 \text{ [Kg/m}^3\text{]}$$

$$\sigma_{lim} = 14 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$q = 3750 \text{ [N/m]}$$

$$5 < L < 200 \text{ [m]}$$

Diagramma: al crescere della luce (ascisse) diagramma 4 quantità

Blu: momento sollecitante dovuto ai soli **carichi variabili** MSq

Rosso: momento sollecitante dovuto al **peso proprio della trave lamellare** MSpp

Verde: somma dei due momenti sollecitanti (**momento sollecitante totale**) MSbt

Giallo: **momento resistente** MR

(cresce col quadrato della luce, perché abbiamo agganciato h dicendo che è 1/20 di L)

Asse y i valori che assumono i 4 momenti in notazione scientifica

$$a) \quad 5 < L < 62.5 \Rightarrow \begin{cases} M_{S,tot} \leq M_R \\ M_{S,pp} < M_{S,q} \end{cases}$$

$$3) \quad f \propto \frac{QL^4}{EJ}$$

$$\text{ricordando che } M \propto Q \cdot L^2 \Rightarrow f \propto \frac{ML^2}{EJ}$$

$$\text{e ricordando che } M = \sigma \cdot \frac{bh^2}{6} \propto \sigma \cdot \frac{J}{h} \Rightarrow f \propto \sigma \cdot \frac{J}{h} \cdot \frac{L^2}{EJ}$$

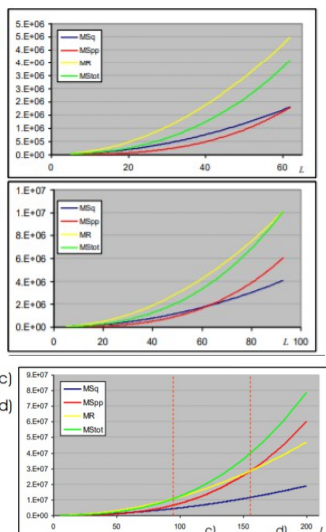
$$\Rightarrow \frac{f}{L} \propto \frac{\sigma}{E} \cdot \frac{L}{h}$$

OBIETTIVO: contenere il rapporto f/L al crescere di L (le norme fissano i limiti di deformabilità in questi termini)

STRUMENTI:

1. aumentare il modulo di Young del materiale;
2. limitatamente possibile per il cls;
3. impossibile per l'acciaio;
4. aumentare l'altezza h della trave.

$$d) \quad L > 156 \Rightarrow M_{S,pp} > M_R$$



Osservazioni:

La curva gialla sovrasta curva verde

Per un qualunque valore della luce, il momento resistente è maggiore del momento sollecitante (siamo in condizione di sicurezza) → la trave non si spezza.

In questo intervallo di luci, la curva blu è superiore alla rossa (a sollecitare maggiormente la trave non è il peso proprio della trave ma il carico variabile).

Questa trave è un alpinista allenato (porta zaino molto pesante) sta portando carico maggiore del suo peso corporeo. → Trave principalmente impegnata nel portare carico variabile piuttosto che non se stessa

Cosa succede quando la luce cresce ulteriormente e arriva fino a 93m?

La curva gialla continua a sovrastare la curva verde, il momento resistente continua ad essere maggiore del momento sollecitante.

La curva rossa ora si porta al di sopra della blu: la trave è maggiormente impegnata a portare se stessa, che non a portare il carico variabile.

Effetti del peso proprio su momento flettente diventano più grandi dell'effetto del carico variabile.

Trave ancora sicura, ma così grossa che principalmente è impegnata a portare se stessa.

Aumentiamo lunghezza trave fino a 156m

Il momento sollecitante verde comincia ad essere maggiore del momento resistente giallo.

La trave non è più sicura. Si spezza sotto l'effetto congiunto del momento flettente indotto dal carico variabile e dal peso proprio rosso.

La trave si spezza se caricata dal proprio peso e dal carico variabile.

Ciò che ci conforta è che il momento resistente giallo è comunque superiore del momento indotto superiore rosso.

(L'escursionista è diventato così grande, che non riesce a portare nessuno zaino sulle spalle).

Il momento resistente giallo non solo è superato dal momento sollecitante verde, ma anche dal momento sollecitante dovuto dal solo peso proprio.

La trave in legno non solo non è in grado di portare nessun carico, ma non posso neanche sollevarla per metterla in opera perché si spezza. → Trave impossibile

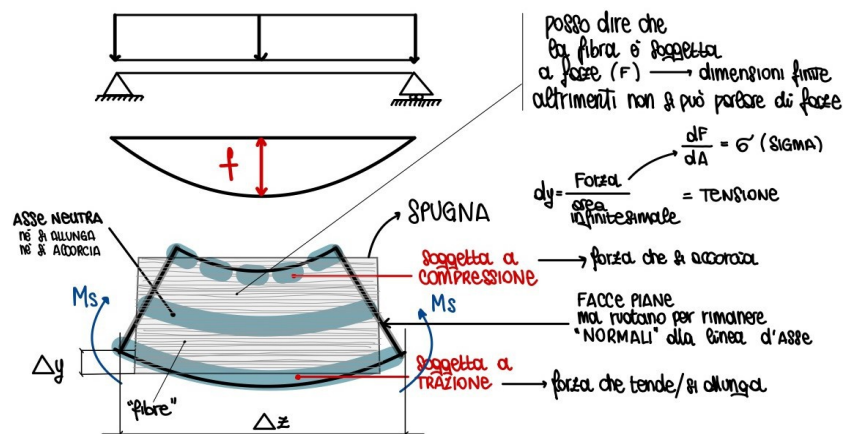
Una trave inflessa può comparire una qualunque luce? NO

Ma questi limiti, sono valori assoluti? Che vanno bene per qualunque trave? No, dipendono da materiale (sigma limite) dalla geometria della sezione resistente (in questo caso rettangolare) e densità volumica del materiale e dal carico q. → Soglie limite non universali, ma riferite a questo caso specifico

Relazione fallace $h: 1/20 L$

Perché l'idea di agganciare l ad h non funziona? Perché abbiamo un ulteriore h nell'equazione: h^3

Effetto scala (Galileo Galilei)



I limiti della trave inflessa: **RIGIDEZZA**

La freccia cresce quadraticamente con l e dipende da h e da E (materiale e altezza della sezione)

Di una trave inflessa ci preoccupa la freccia in unità di misura m?

Non preoccupa la freccia in se, ma la freccia rapportata alla luce, motivo per cui abbiamo rapporto freccia su luce (sigma diviso E : caratteristiche materiale) per L diviso h (sezione luce).

E (modulo di Yang)

Conosciamo limiti nell'aumentare E

Posso aumentar altezza trave (ma avrò trave rigida, troppo pesante quindi non più resistente).

La trave inflessa è una strada senza uscita: più faccio crescere L , più avrò problemi di resistenza e rigidità

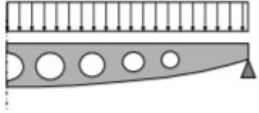
Come si supera questo problema?

Il superamento della trave inflessa

Storicamente ci sono alcune soluzioni alcune delle quali si muovono nell'ambito della **trave inflessa**:



- **Trave a doppio T** (sezione rettangolare piena in cui è stato eliminato il materiale campito con barre oblique rosse, le fibre molto vicine all'asse neutro, lasciando solo ala superiore e inferiore, quindi fibre che esprimono la maggior parte del modulo di FC E FT). Hanno momento resistente molto simile alla sezione rettangolare, ma pesano molto di meno.
- **Trave ad anima alleggerita**
Anima forata per avere localmente risparmio ulteriore di peso; rende l'altezza della trave variabile lungo il suo sviluppo



Quattro principali **soluzioni alternative** che prescindono dalla trave inflessa (tipi strutturali)

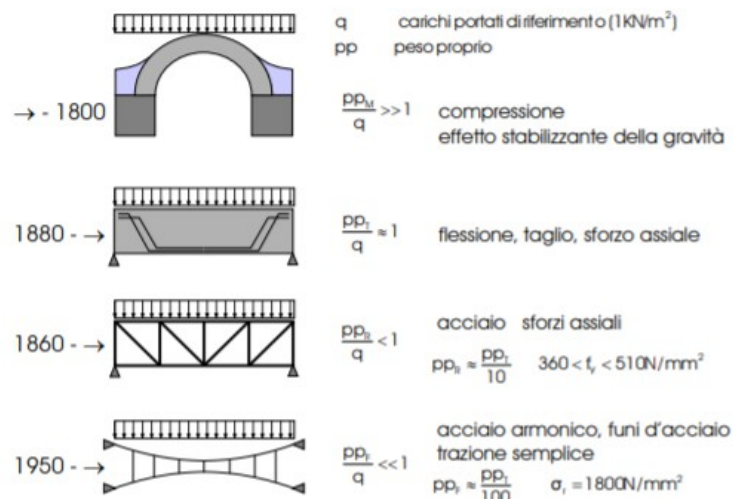
L'ideale è sbarazzarsi delle caratteristiche di sollecitazione del momento flettente

Le 4 soluzioni sono sistemi strutturali che non prevedono, o in misura minoritaria l'insorgenza di una sollecitazione di momento flettente.

- **Trave reticolare** (con cui vengono realizzate le gru di cantiere) asta superiore e inferiore (correnti) unite da aste di parete. Diretta evoluzione della trave a doppio T con anima forata;
- **Struttura sospesa** (fatta di funi o sospesa)
- **L'arco**
- **Struttura strallata** (realizzata ibridando travi e funi: passerella lingotto)

Possibile interpretazione dell'evoluzione delle grandi coperture (Riduzione progressiva del peso proprio)

- **Strutture arco:** rapporto proprio variabile ,maggiore
La struttura in muratura (stabilizzata per massa) pesa molto di più di ciò che porta.
- **Trave inflessa in calcestruzzo armato** (primo elemento strutturale in cui raggiungiamo parità tra peso proprio e carichi variabili), ma essendo inflessa, non potrà spingersi troppo in là.
- **Trave reticolare** (metallica) è la prima tipologia strutturale che inverte il rapporto: il peso proprio è minore del valore portato.
In grado di pesare 1/10 della trave in calcestruzzo armato.
La forma della struttura induce solo a sforzi assiali (eliminato momento flettente) e l'acciaio dà la possibilità di avere un sigma limite molto alto.
- **Strutture sospese:**
Riduce in maniera drastica questo rapporto (pesa 1/10 della trave reticolare e 1/100 della trave in calcestruzzo armato). È in grado di ridurre il rapporto del peso q all'ordine del centesimo.
Come la formica (trasporta pesi 100 volte maggiore del peso proprio).
Forma tale per cui elimina momento flettente e sforzo normale di compressione (funi solo tese)
Acciaio particolare che ha sigma limite pari a 1800N/m²



TRAVATURE RETICOLARI: generalità e metodi di calcolo delle Caratteristiche di sollecitazione
4 soluzioni tipologiche per consentire di realizzare strutture per progetti che richiedono una grande distanza tra vincoli esterni consecutivi (grande luce).

- Strutture reticolari
- Sospesi
- Archi
- A strutture strallate

Come comune denominatore: **eliminare le caratteristica di sollecitazione della flessione della trave**

Introduzione dal punto di vista **morfologico** e **tipologico** delle strutture reticolari

Apprendere metodi di calcolo sviluppati appositamente per le strutture reticolari al fine di determinarne le caratteristiche di sollecitazione

Definizione **strutture reticolari**:

Le **strutture reticolari** sono delle strutture/sistemi strutturali abitualmente costituiti da un numero notevole di elementi strutturali, chiamati aste, collegate tra loro da **nodi o forze nodali**, considerati come cerniere.

Tali strutture sono vincolate all'esterno e prevalentemente caricate solo in corrispondenza dei nodi.

Asta: è una trave (solido di Des Saint Venant, che presenta ulteriori condizioni a quelle imposte)

- ad **asse necessariamente rettilineo** (geometria)

- vincolata ai suoi estremi esclusivamente da **cerniere** (interne o esterne) → connessa ad un'altra asta.

(può essere vincolata esternamente o con cerniere o carrelli). → condizione di vincolo

- non può che essere caricata direttamente con **forze** che hanno come **punto di applicazione l'estremità dell'asta**. (Punto in cui l'asta è vincolata con una cerniera) → condizione di carico

Condizioni necessarie affinché l'asta risulti non essere soggetta a momento flettente:

Momento flettente nullo alle estremità (cerniere interne)

Non capita nient'altro lungo lo sviluppo della trave, non insorgono centricità indotte dalla geometria rettilinea: momento flettente nullo ai nodi, rimane costante lungo l'asta; anche il taglio è nullo (essendo la derivata del momento).

Se abbiamo una trave non soggetta a momento flettente e a taglio, l'unica caratteristica di sollecitazione che rimane è lo **forzo normale**, che nelle strutture reticolari può avere segno sia **positivo** (trazione dell'asta: chiamate tirante, perché tese) che **negativo** (compressione dell'asta: chiamate puntoni).

Biella/bielle (dei pistoni nei motori a scoppio): elemento strutturale che collega la testata al pistone con l'albero motore, trave incernierata agli estremi, rettilinea e caricata solo agli estremi.

Le aste componenti risultano sollecitate esclusivamente da **sforzo normale** ($T = M = 0$):

di **trazione** → bielle tese o "**tiranti**".

di **compressione** → bielle compresse o "**puntoni**".

- Le strutture in architettura possono essere in prima approssimazione considerate aste?

Nulla è perfettamente rettilineo, c'è un margine di tolleranza.

- Le forze nelle strutture reticolari sono sempre applicate all'estremità dell'asta?

In questo caso non lo è il peso proprio dell'asta, che sarà distribuito.

Il peso proprio dell'asta, è in prima approssimazione trascurabile rispetto ai carichi portati.

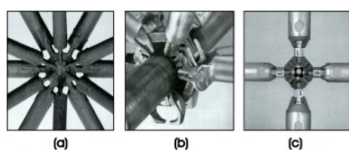
Abitualmente quando si modella una struttura reticolare, si trascurano i carichi dovuti al peso proprio delle aste, in prima approssimazione. Considereremo il loro **peso proprio nullo**.

E gli altri **carichi applicati**, che non siano il peso proprio, sta al progettista ricondurli ai nodi, sfruttando il concetto di gerarchia delle strutture, (applicando i pesi/trasferendo il peso nei nodi).

-Terza condizione: che le **aste** siano **incernierate**

Ipotizziamo che le aste siano fra di loro connesse con cerniere interne.

Quando passiamo dal vincolo ideale a quello reale diventa più complicato, perché spesso nei nodi convergono un gran numero di aste.



Modellazione di strutture reticolari

Esempi di nodi di strutture reticolari: saldato (a), 1967 inchiodato (b), 1951 avvitato (c), 1971.

Strutture reticolari realizzate in materiale metallico (ferro/acciaio)

a) 1967 nodo saldato: sul disco sono saldati dei fazzoletti. Il terminale di ogni asta viene fresato per aver è un alloggiamento in cui il fazzoletto può entrare, e poi viene saldato.

b) 1951 nodo inchiodato/inchiavichiato: elemento centrale fuso, in cui vi sono conformati alloggiamenti dove viene ad inserirsi e chiudersi un perno montato sulla testa dell'asta.

c) 1971 nodo avvitato (brevettato): elemento monolitico, forato e filettato che accoglie la testa di ogni asta, provvista alla sua estremità di un barra filettata. L'asta viene avvitata dentro il foro filettato.

Nella realtà:

- i nodi sono realizzati con vincoli interni assimilabili ad incastri imperfetti invece che con cerniere;
- le aste sono anche caricate con forze agenti fuori dai nodi.

→ Le sollecitazioni di taglio T e momento M possono quindi essere non nulle.

L'errore che si commette nella modellazione della struttura

- è tanto meno sensibile quanto più piccole sono le dimensioni trasversali dell'asta rispetto alla sua dimensione longitudinale
- è generalmente accettabile a fronte di sostanziali semplificazioni dei calcoli.

Non verrà completamente annullato il momento flettente all'estremità delle aste, però è sufficientemente snella (rapporto lunghezza-dimensione caratteristica sezione resistente è più grande) tanto che il momento flettente sia poco influente.

La struttura reale non soddisfa completamente le tre condizioni, tali per cui possano essere considerate delle strutture reticolari.

- **Strutture reticolari spaziali:** le aste sono orientate in maniera varia e collocate nello spazio.

(Es. *Struttura portante di un aviorimessa K. Wachsmann, 1951*)

copertura a sbalzo, mensola reticolare 30m di luce

- I nodi situati nello spazio sono collegati da aste secondo disposizioni ripetitive;
- Strutture a comportamento statico integrato;
- Leggerezza e ripetitività del sistema costruttivo ottenute con:
 - grande ingombro della struttura nel suo insieme;
 - minimo rapporto tra l'ingombro della sezione trasversale dell'asta e l'interasse dei nodi;
 - omogeneità delle sezioni delle aste e dei nodi.

Da un punto di vista formale quali sono le caratteristiche di questa architettura?

- Le aste sono **milioni** (determinarne lo sforzo normale agente)
- Variamente disposte nello spazio, secondo pattern riconoscibili, dovuta al fatto che i nodi sono disposti secondo distanze e lungo direzioni costanti, riconosciamo un **ordine compositivo** oltre che meccanico.
- Si tratta di una **struttura molto ingombrante**. Complessivamente l'involuppo di tutte le aste occupa un grande volume (6m: copertura). Nonostante questo, complessivamente risulta essere anche molto **leggera**, perché il rapporto vuoto su pieno, è molto grande. Ingombro strutturale principalmente fatto di vuoti.
- Se la struttura è a vista, (elemento importante per la riuscita dell'architettura) è consigliabile ricercare la **relativa omogeneità delle sezioni trasversali delle aste**.

(Es. L'asta all'intradosso è più ingombrante di quella all'estradosso)

- Ultimo carattere (meccanico) le strutture reticolari piane e spaziali, sono a **comportamento statico integrato** (come la capriata).

- **Strutture reticolari piane:** tutte le aste hanno l'asse (direttrice) che appartiene ad un unico piano (a cui appartengono tutte le direttrici, o piano medio ideale (a cui tutte le direttrici possono essere ricondotte).

- I nodi giacciono in un piano medio;
- le aste che uniscono i nodi giacenti su uno stesso strato sono detti correnti (superiore e inferiore);
- le aste che uniscono i nodi giacenti su strati differenti sono dette "di parete";
- la struttura ha comportamento piano;
- lo spazio architettonico è ottenuto per traslazione o rotazione della struttura reticolare piana.

Es. *Edificio industriale a Munsingen, F. Hadler, 1962*

Elementi principali copertura (strutture reticolari piane, piano medio verticale e portano orizzontalmente: chiamate trave reticolare.

In questo caso, la trave è considerata come un elemento strutturale costitutivo di un orizzontamento.

Aste che uniscono i nodi alla stessa quota: **correnti** (superiore e inferiore)

Aste variamente inclinate che connettono nodi posti su strati differenti: di parete (diagonali e distanziali)

Una volta che il progettista progetta travatura reticolare piana, l'intero volume viene coperto per traslazione o rotazione della struttura reticolare piana.

Es. *Padiglione delle Fiere di Hannover, von Gerkan et al., 1996*

Distanza contrafforti in calcestruzzo armato dell'ordine dei 50m

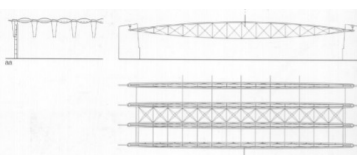
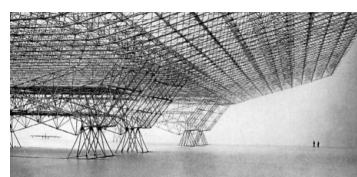
Trave reticolare ad altezza variabile (così come le travi inflesse)

Conformando le asse che realizzano corrente superiore ed inferiore secondo concavità parabolica.

Ogni corrente superiore è realizzato da due correnti superiori distanti, e così anche le correnti inferiori.

Queste travi parete non giacciono in verticale, ma in piani leggermente inclinati.

Tubi a sezione circolare cava (superiori) e piena (inferiori) Correnti superiori ed inferiori uniti fra di loro. Queste aste non appartengono ad un unico piano verticale. Sezione trasversale (traliccio reticolare) (asse centrale delle aste). Ci si riferisce ad un piano ideale e immaginiamo di riprogettare correnti superiori e inferiori e le aste di parete su unico piano ideale lambda verticale.



Differenza capriata: forze solo in parte direzionate in corrispondenza dei nodi. (forze direzionate dalle travi secondarie, non collocate in corrispondenza di nodi).

Potrebbe essere in prima approssimazione considerata come struttura reticolare se non ci fossero le due travi secondarie di troppo.

Determinazione del **modulo e verso dello sforzo normale** (costante lungo l'asta)

Determinare solo un modulo e un verso per ogni asta, per "milioni" di aste.

Sono stati sviluppati **due metodi di calcolo** che permettono di determinare lo **sforzo normale delle aste**, per le strutture reticolari. **Non sono metodi universali** (non applicabili ad una qualunque asta di una qualunque struttura reticolare, perché conosce delle limitazioni, applicabili solo a particolari condizioni).

Entrambi questi metodi sono intesi a dare la possibilità di **determinare lo sforzo normale di alcune aste di specifico interesse** senza dover determinare lo sforzo normale di tutte le altre aste della struttura reticolare.

Strutture reticolari, spesso hanno porzioni con aste omogenee.

Uniformità per ragioni figurative (della composizione) ma anche per ragioni industriali

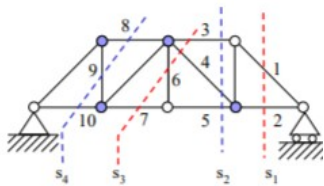
Perché alcune aste sono più tozze e altre più snelle?

Essendo le aste delle strutture reticolari soggette a **trazione e compressione**, il dimensionamento degli elementi tesi e compressi sarà differente.

Fra tutte le aste compresse/tese quale ispirerà il dimensionamento delle aste compresse/tese?

Quella soggetta a **massimo sforzo normale di compressione/trazione**.

Resistenza maggiore/uguale della sollecitazione.



Esempi:

s_2, s_4 sono sezioni di Ritter

s_1, s_3 non sono sezioni di Ritter

Sezione di Ritter

Metodo applicabile se e solo se la linea di distacco che taglia l'area di interesse, taglia altre aste (non più di tre) che non devono convergere tutte e tre nello stesso nodo.

(Possono convergere a due a due nello stesso nodo, ma non tre a tre).

Potremmo determinare le tre incognite con le tre equazioni della statica.

Tre equazioni cardinali della statica in cui ogni equazione contenga una sola incognita (possibile perché le altre tre aste non convergono nello stesso nodo)

Metodo non universale.

Calcolo degli sforzi normali nelle aste: il metodo di Ritter. 2

- Siano noti i carichi agenti e le reazioni dei vincoli esterni

- Si consideri una linea di distacco passante per la sezione di Ritter e per un vincolo esterno

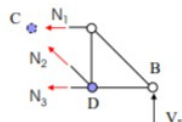
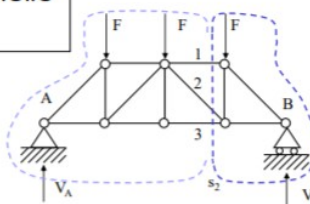
per calcolare lo sforzo normale in un'asta (versi inizialmente ipotizzati positivi):

- equazione di equilibrio dei momenti rispetto al nodo in cui convergono al finito le altre due aste

$$N_3 \sum M_C = 0$$

$$N_1 \sum M_D = 0$$

- equazione di equilibrio delle forze in una direzione



Calcolo degli sforzi normali nelle aste: **SEZIONE DI RITTER**

Determinazione reazioni vincolari esterne (VA e VB figurandoci siano note)

Completiamo la linea di distacco, passante per sezione di Ritter e un vincolo esterno A o B, scegliendo quella meno affollata.

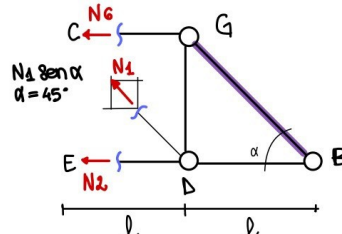
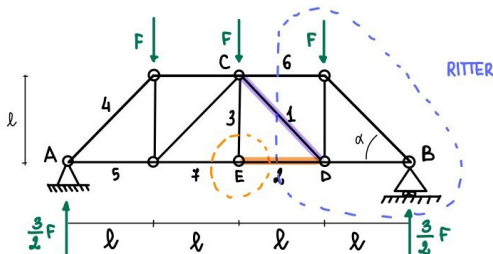
Ipotizziamo gli sforzi normali positivi come quelli che hanno verso uscente dal "mozzicone" di asta.

Determinare sforzo normale nell'asta 1 (ipotizzando che sia quella con sforzo massimo)

Valutare equilibrio dei momenti del nodo (D) in cui convergono le altre due aste N2 ed N3

Nel caso in cui si consideri l'asta N3, uso come polo (C) dove convergono le aste N1 ed N2

Nel caso in cui si consideri l'asta N2, calcolo forze verticali



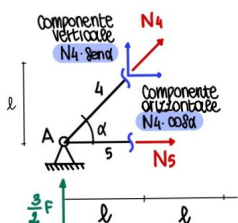
equilibrio dei momenti intorno a C

$$\sum M_C = 0 \quad \begin{aligned} & N_4 \cdot l \cdot \sin \alpha + F \cdot l + \frac{3}{2} F \cdot 2l = 0 \\ & -N_2 \cdot l - F + 3F = 0 \\ & N_2 = +2F \rightarrow \text{2 TIRANTE} \end{aligned}$$

$$\sum V = 0 \quad \begin{aligned} & N_4 \cdot \sin \alpha - F + \frac{3}{2} F = 0 \\ & \therefore l = -\frac{F}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}} = -\frac{F \sqrt{2}}{\frac{3}{2}} \\ & = -\frac{F \cdot 2}{3 \sqrt{2}} = -\frac{F}{\sqrt{2}} \rightarrow \text{1 PUNTONE} \end{aligned}$$

ATTENZIONE AL SEGNO!

Asta 4-5
Metodo dell'equilibrio ai nodi



$$\sum V = 0 \quad \begin{aligned} & N_4 \cdot \sin \alpha + \frac{3}{2} F = 0 \\ & N_4 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

Sommatoria forze verticali (solo di N4 perché è l'unica ad avere)

$$\sum H = 0 \quad \begin{aligned} & N_5 + N_4 \cdot \cos \alpha = 0 \\ & N_5 = -N_4 \cdot \cos \alpha = -\left[-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sin \alpha}\right] \cdot \cos \alpha = \\ & N_5 = +\frac{3}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} = +\frac{3}{2} F \quad \text{TIRANTE} \end{aligned}$$

Sommatoria forze orizzontali di N4 e N5

$$\begin{aligned} \sum V = 0 & \quad N_3 = 0 \\ \sum H = 0 & \quad N_1 - 2F = 0 \end{aligned}$$

Quando Ritter non può essere applicabile usiamo metodo dell'**equilibrio ai nodi**

Calcolo degli sforzi normali nelle aste: **L'EQUILIBRIO AI NODI**

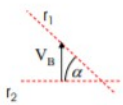
Se in un nodo convergono n aste, delle quali solo due hanno sforzo normale incognito, è possibile determinarlo discutendo l'equilibrio delle forze applicate al nodo, graficamente (poligono delle forze) o analiticamente.

Per calcolare lo sforzo in una particolare asta può essere necessario calcolarlo in molte altre.

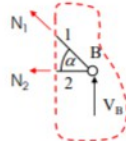
Calcolo degli sforzi normali nelle aste: l'equilibrio ai nodi

Equilibrio ai nodi

Se in un nodo convergono n aste, delle quali solo due hanno sforzo normale incognito, è possibile determinarlo discutendo l'equilibrio delle forze applicate al nodo, graficamente (poligono delle forze) o analiticamente.



$$\begin{aligned} N_1 \sum V &= 0 \\ N_2 \sum H &= 0 \end{aligned}$$



- per calcolare lo sforzo in una particolare asta può essere necessario calcolarlo in molte altre.

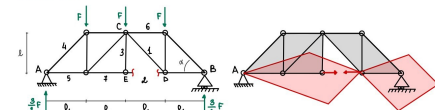
Discute l'equilibrio del singolo nodo, quindi la linea di distacco deve girare intorno ad un nodo.

Linee di distacco che girano intorno al nodo tagliando tutte le aste che convergono in quello stesso nodo. (al più solo due devono avere lo sforzo normale incognito).

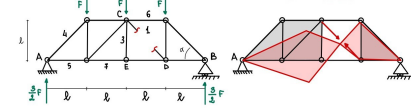
Ho un sistema di forze, di cui alcune note e due incognite, e posso determinarne modulo e forze o analiticamente o graficamente.

In questo caso le due equazioni sono accoppiate

VERIFICA SEGNO



DOPIO PENDOLO

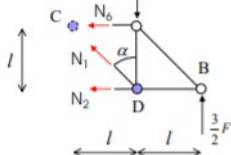
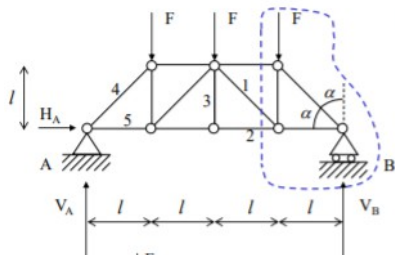


Esempio di applicazione dei metodi .1

reazioni dei vincoli esterni note

$$H_A = 0 \quad V_A = 3/2 F \quad V_B = 3/2 F$$

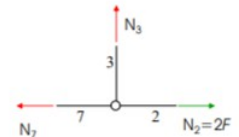
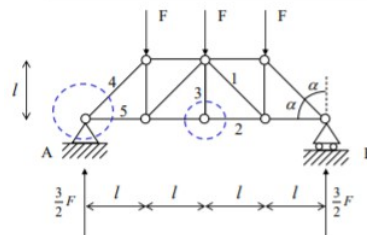
$$\alpha = 45^\circ$$



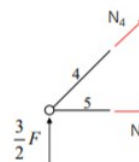
$$N_2) \sum M_C = 0 \quad -Fl + \frac{3}{2}F2l - N_2l = 0 \quad N_2 = 2F$$

$$N_1) \sum V = 0 \quad -F + \frac{3}{2}F + N_1 \cos \alpha = 0 \quad N_1 = -\frac{F}{2 \cos \alpha} = -\frac{F}{\sqrt{2}}$$

Esempio di applicazione dei metodi .2



$$N_3) \sum V = 0 \quad N_3 = 0$$



$$N_4) \sum V = 0 \quad N_4 \sin \alpha + \frac{3}{2}F = 0 \quad N_4 = -\frac{3}{\sqrt{2}}F$$

$$N_5) \sum H = 0 \quad N_5 + N_4 \cos \alpha = 0 \quad N_5 - \frac{3}{\sqrt{2}}F \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad N_5 = \frac{3}{2}F$$

Determinazione sforzi normali delle aste da 1 a 5

Osservare il problema e scegliere il metodo da usare per determinare lo sforzo normale di un'asta (tra Ritter, preferibilmente, e metodo dei nodi).

Asta 1 e 2 Sezione di Ritter

Metodo sezione di Ritter, passante per B

Ridisegno la porzione di struttura compresa nella sezione

Unica caratteristica di sollecitazione non nulla è lo sforzo normale (ipotizziamo positivi come uscenti dal mozzicone di asta disegnato)

N2: Equilibrio dei momenti valutati intorno al polo C

N1: Sommatoria delle forze verticali/ Valutare equilibrio dei momenti al polo G (ora che N2 è nota, ma è più svantaggiosa)

Scompongo N1 nelle due componenti (verticale e orizzontale, concentrandomi su quella verticale)

Componente verticale: $N_1 \sin(\alpha) = N_1 \cos(\alpha)$

Asta 3 Metodo dei nodi

Linea di distacco con metodo dei nodi

Ridisegno la porzione di struttura inclusa nella linea di distacco

Non è necessario scrivere le quote, perchè sto valutando un momento rispetto al polo E

Equazioni di equilibrio intorno al polo E

N3: Non serve all'equilibrio per questa condizione d'incarico particolare

Aste 4 e 5 Metodo dei nodi (per semplicità)

5 (possibile sia con Ritter che con il metodo dei nodi)

Come essere sicuri del segno nella valutazione dello sforzo normale nel caso delle strutture reticolari?

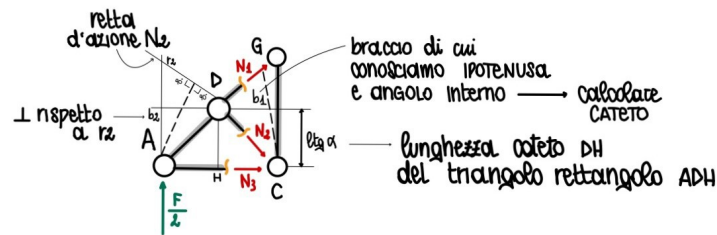
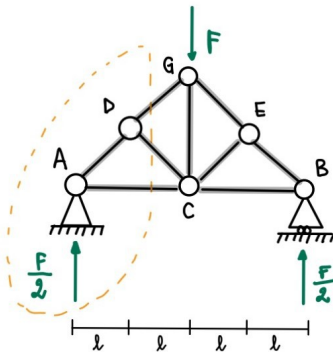
Immaginando di eliminare dalla travatura reticolare l'asta di cui vogliamo discutere il segno, e provando a figurarci il cinematismo.

Parte 3 prova scritta 3.2

Es. P170 struttura reticolare analoga a quella trattata in aula

Es. P158 reazioni vincolari già calcolate - trave reticolare piana

1/12 Morfologia

Esercizio Capriata (prove scritte, p.187) - struttura reticolare

Determinazione

sforzi normali

$$N_1 \quad \sum M_C = 0$$

$$N_2 \quad \sum M_A = 0$$

$$N_3 \quad \sum M_D = 0$$

$$-N_1 \cdot 2l \cdot \sin \alpha - \frac{F}{2} \cdot 2l = 0$$

$$-N_2 \cdot 2l \cdot \sin \alpha = 0$$

$$+N_3 \cdot l \sin \alpha - \frac{F}{2} l = 0$$

$$N_1 = -\frac{F}{2 \sin \alpha}$$

$$N_2 = 0$$

$$N_3 = +\frac{F}{2 \sin \alpha}$$

PUNTONE
(compresso per carichi gravitazionali)

TIRANTE (catena)

L braccio di N_3 rispetto a DBRACCIO DI = distanza euclidea
tra la retta di una forza e un punto

$$SAETTA = 0$$

perché non c'è una forza concentrata in D
→ perde il suo ruolo (per questa particolare condizione di carico)

Luce pari a 4l

Nodi A e B

Carico concentrato solo nel nodo di colmo G

Cerniere interne D ed E

Note carico agente e forze reagenti determinare sforzi normali nelle aste 1, 2, 3 (parte puntone, saetta e catena). Simmetrico per geometria, condizioni di carico e condizioni di vincolo.

Asta 1 e 3 convergono nel medesimo punto A (in questo caso il corrente superiore e inferiore non sono paralleli; il corrente inferiore, catena, e superiore, bilatera pezzata si intersecano in un nodo al finito)

Asta 1 Ritter (linea di distacco passante per A poiché è meno affollata)

Ridisegnare figura compresa nella linea di distacco.

Ipotizzare positivi gli sforzi normali delle aste (uscenti dai mozziconi)

Valutare le ulteriori distanze (nodo D rispetto alla catena, riconoscendo triangoli rettangoli.

Triangolo rettangolo ADH

Determinò sforzi normali

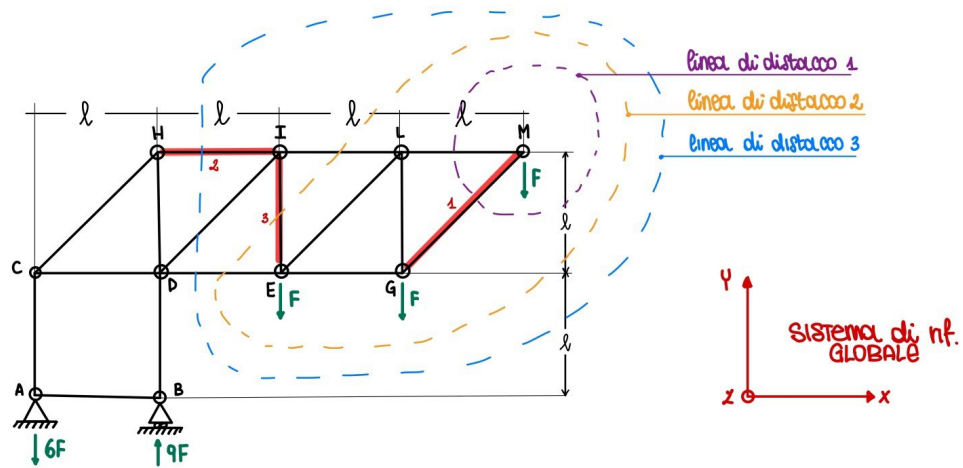
N1) cerco polo in cui convergono le altre due aste, ma non la 1 (C)

N2) “ - (A)

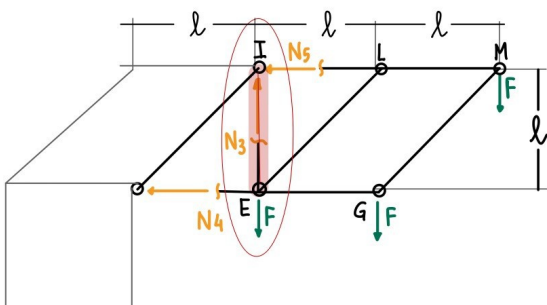
N3) “ - (D)

Valuto i bracci, prima di scrivere le equazioni di equilibrio $b_1 = b_2$

Esercizio 2 (prove scritte p.170)



Asta 3



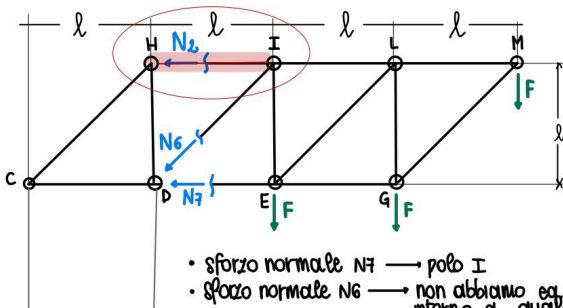
$$N_1)$$

$$N_2)$$

$$N_3) \quad \Sigma V = 0 \quad N_3 - F - F - F = 0 \quad N_3 = 3F$$

eq. di equilibrio in cui figura solo l'incognita considerata N_3

Asta 2



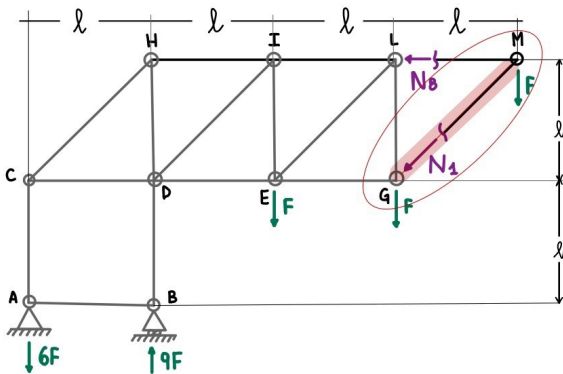
$$N_1)$$

$$N_2) \quad \Sigma M_D = 0 \quad +N_2 l - F l - F_2 l - F_3 l = 0 \quad N_2 = 6F$$

$$N_3) \quad \Sigma V = 0 \quad N_3 - F - F - F = 0 \quad N_3 = 3F$$

- sforzo normale N_7 → polo I
 - sforzo normale N_6 → non abbiamo eq. momenti intorno a qualche polo
- sommatoria forze verticali
(ha componente verticale) si può scomporre $N_6 \cdot \sin \alpha + F + F + F = 0 \quad N_6 = \frac{-3F}{\sin \alpha}$

Asta 1



Non ha senso calcolare momenti intorno a questo polo, perché tutte le aste congiungono lì
→ calcolo componenti verticali

$$N_1) \quad \Sigma V = 0 \quad N_1 \cdot \sin \alpha + F = 0 \quad N_1 = -\frac{F}{\sin \alpha}$$

$$N_2) \quad \Sigma M_D = 0 \quad +N_2 l - F l - F_2 l - F_3 l = 0 \quad N_2 = 6F$$

$$N_3) \quad \Sigma V = 0 \quad N_3 - F - F - F = 0 \quad N_3 = 3F$$

- sforzo normale N_8
- sommatoria forze orizzontali
 N_8 è componente orizzontale di N_1

Travature reticolari: IL CENTRE GEORGES POMPIDOU

Analisi delle sollecitazioni di una struttura reticolare piana

Centro culturale Georges Pompidou, **Parigi 1977**

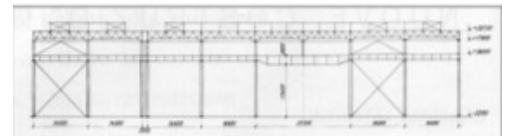
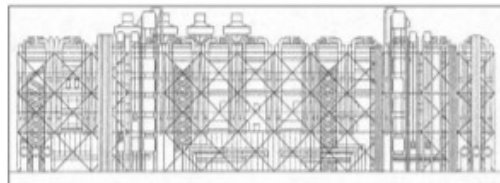
Progettazione architettonica: **Piano & Rogers**

Progettazione strutturale: **Ove Arup & partnership**

La figuratività dell'opera

L'idea architettonica è stata quella di far atterrare nel quartiere centrale di Parigi, un centro culturale

→ una fabbrica della cultura



Connotiamo architettonicamente questo centro culturale con gli stessi connotati di una fabbrica (acciaieria) Sinistra **Centre Pompidou, Paris FR** a destra un **Acciaieria ILVA, Taranto IT**

Le dimensioni:

- Lunghezza : 166 m
- profondità : 60 m
- altezza: 42 m
- Interpiano: 7 m, 10 al piano terra
- Volume globale : 418.320 m³
- Superficie di piano: 7500 m²

Tutti gli impianti sono fuori traccia (tipico delle strutture industriali)

Travatura reticolare e schema pendolare con controventi (tipica delle strutture industriali)

Impianti fuori traccia, anche il tubo che distribuisce i flussi di persone (scale mobili)

Impiantistica e ingranaggi a vista

Vista volutamente interrotta dagli elementi strutturali

Prospetto principale, disegnato da un gran numero di aste (elementi strutturali molto snelli, non di diverso spessore → i pilastri dove sono? Dovrebbero essere tozzi perché compressi).

Sembra che la facciata sia completamente disegnata come “*un fil de fer*”

Organismo e membrature strutturali collaborano a connotare ampi interni e permettono installazioni.

Manica centrale: open space, maniche laterali: servizi e locali tecnici (in facciata).

I tipi strutturali sono i medesimi, ma realizzati con cura di dettaglio e il controvento nel Pompidou diventa **soluzione** non solo tecnica ma **compositiva** (prospetto segnato da losanghe che nobilitano le soluzioni tecniche).

Analisi complessiva del sistema strutturale

Pianta e sezione trasversale

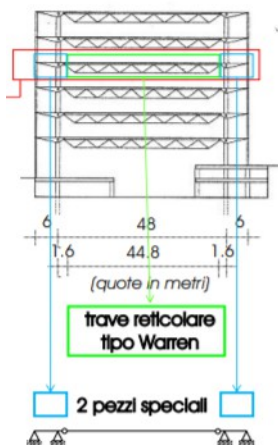
Volume architettonico ottenuto per traslazione di figura strutturale reticolare piana.

L'orditura principale dell'orizzontamento è realizzata da travi

Gerber, con campate:

- coerenti con la distribuzione delle funzioni
- fortemente disuniformi;
- differenziate per tipi di membrature

L'edificio è a tre maniche, dove abbiamo un manico con luce 48m e due maniche molto più strette di 6m. A fronte di maniche con dimensioni così eterogenee, il progettista sceglie soluzioni strutturali altrettanto eterogenee.



Complessivamente la figura strutturale che porta ogni piano, è una trave Gerber (campate di estremità da 6m, cerniere poste all'interno della campata centrale, ma non ad 1/5 di distanza, campate laterali sono travi inflesse ad altezza variabile, la trave centrale che realizza quasi tutta la campata centrale è una trave reticolata con angoli opposti → **trave WARREN**)

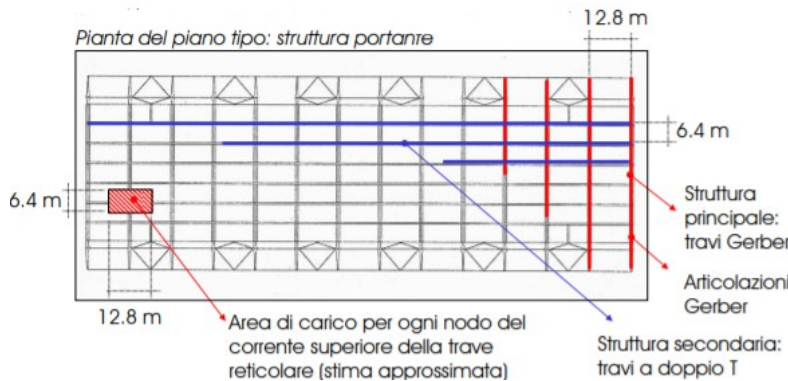
Combinazione di trave Gerber e trave reticolare

Trave reticolare relativamente canonica, la Gerber con cerniere poste vicinissime agli appoggi intermedi

Passo trave gerber quasi 13m

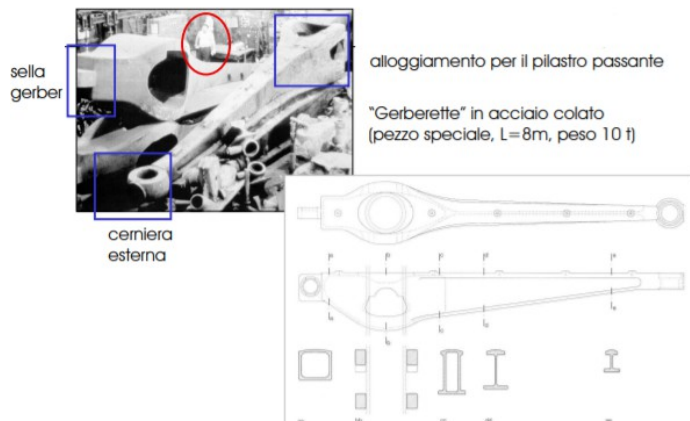
Ordito di travi secondarie blu con passo 6,40m chiamate a superare luce pari all'interasse delle travi gerber
Ragione per cui hanno scelto questo passo di 6,4m?

L'ordito secondario di travi è realizzato con travi a “**doppio T**” appoggiate sulle travi reticolari in corrispondenza dei nodi del corrente superiore (interasse di 6.4 m). Sull'ordito secondario di travi poggiano a loro volta le lastre di calcestruzzo armato dello spessore di 11 cm che realizzano il solaio



La progettazione dell'ordito secondario è condizionato dalla progettazione della trave reticolata (coincide con i nodi, altrimenti non sarebbe reticolata).

Lastre che realizzano il solaio, in calcestruzzo armato
Area che corrisponde ad ogni nodo della trave reticolare : compresa tra punti di mezzo tra travi reticolari consecutive e Gerber.



La prefabbricazione delle membrature strutturali

Come vengono realizzate le travi Gerber?

Sulle campate laterali abbiamo due pezzi inflessi

Strutture in acciaio speciali inventate da Piano e Rogers chiamate “**gerberette**” (pezzi monolitici fusi in acciaio, no prefabbricato).

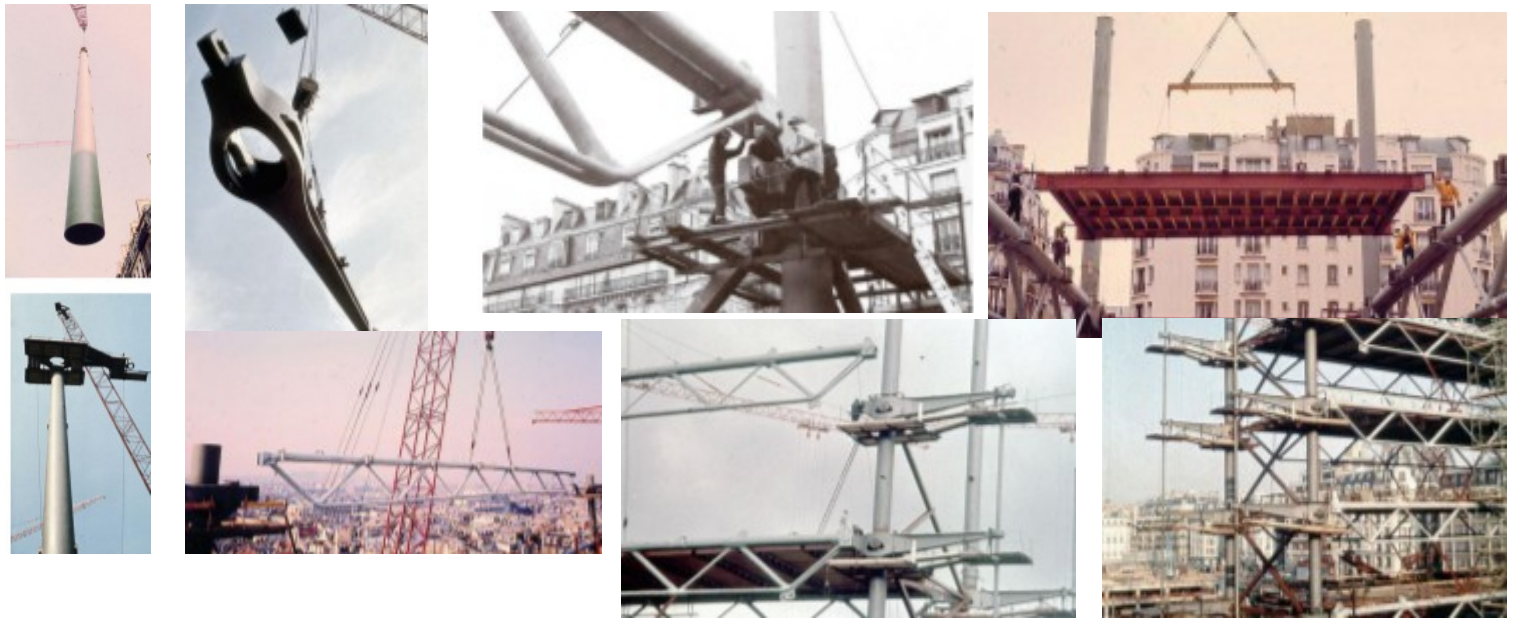
Trasporto

Travi reticolari saldate, pre-assemblate in stabilimento (L=45 m, h=2.85 m, peso 75 t

Tutta saldata, prefabbricata monolitica e trasportata intera in cantiere

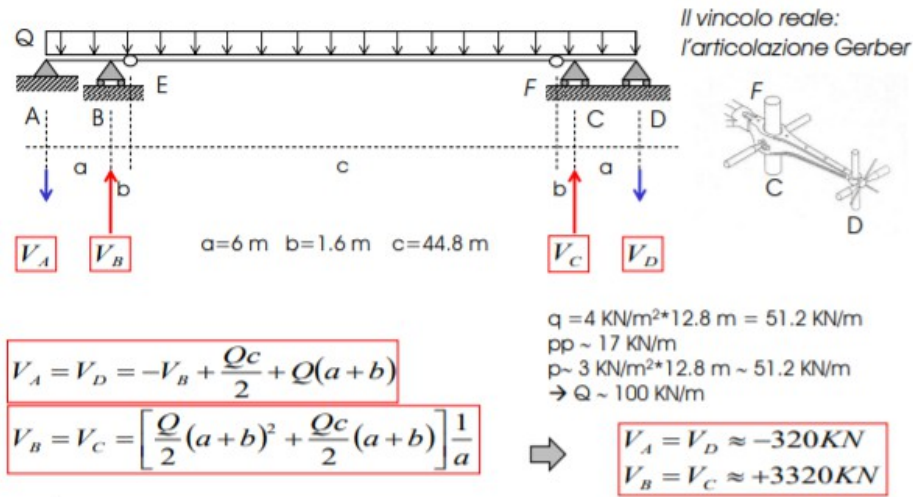
Una volta stilati gli “strati” viene posizionato un prefabbricato poi ricoperto con getto

Montaggio in cantiere secondo la gerarchia strutturale



Dalla struttura al modello di calcolo unificare della Gerber

Non descrivo ogni singola asta, ma la travatura reticolare che ossiderò come unica trave



Consideriamo carico q complessivo

Elemento fondamentale utile commentare riguardo la trave Gerber? La reazione vincolare V_A e V_B ha il verso, verso il basso \rightarrow abbiamo conseguito questo risultato perché abbiamo collocato le cerniere interne nella cerniera centrale ma relativamente vicine alle cerniere in B e C (che saranno pilastri compressi)

A e D saranno elementi verticali ma tesi

E' la trave gerber così progettata, l'esperimento che fa sì che la facciata sia tutta in filo di ferro senza pilastri ingombranti.

Il pilastro compresso, non in facciata (tubo a sezione circolare con diametro 1m)

In facciata con gioco della reazione vincolare (tondo pieno 20cm diametro, ma relativamente piccolo rispetto al pilastro)

Primo obiettivo architettonico raggiunto con la Gerber

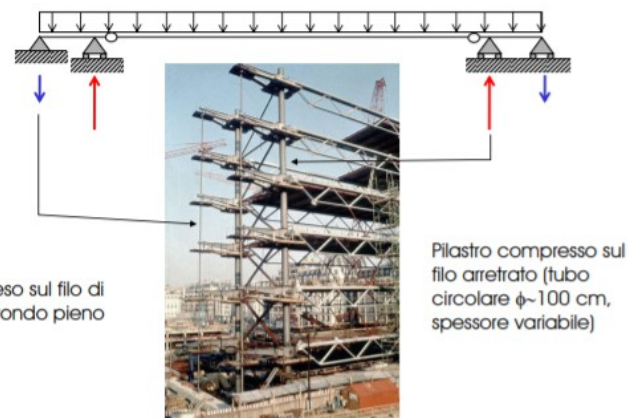
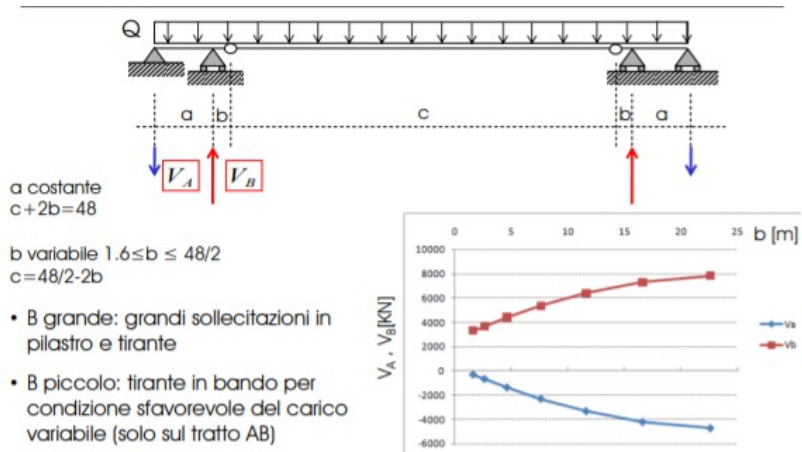
Le travi secondarie sono collocate in corrispondenza dei nodi della trave reticolare al corrente superiore (due travi a doppio T binate) tipico caso in cui la trave secondaria è portata dalla trave reticolare (è in spessore).

Corrente superiore (compressa) molto diverso da quello inferiore (teso) (dovuto dallo stato di sollecitazione)

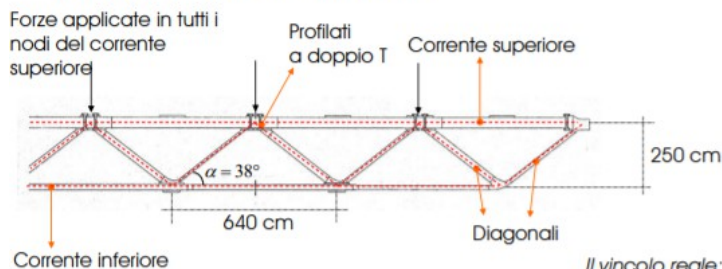
Le **travi Warrel** intermedie alternativamente tese compresse

Determino sforzi normali di alcune aste

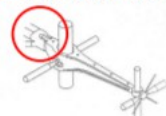
Relazione tra forma e struttura



La struttura principale: le travi reticolari

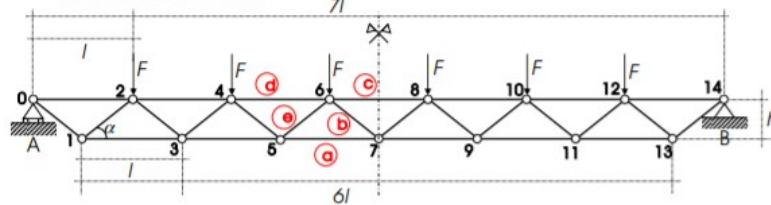


Il vincolo reale: l'articolazione Gerber



- 1) Dalla struttura nello spazio al modello piano;
- 2) individuazione della linea d'asse delle travi;
- 3) condizioni di applicabilità della teoria delle travi;
- 4) dal vincolo reale al vincolo ideale;
- 5) la condizione di carico.

Il modello di calcolo



Forze F dovute ai soli carichi variabili q_v :

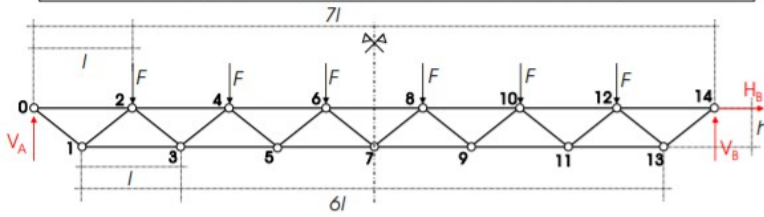
$$q_v = 4 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Superficie di carico (approssimata)} = 6.4 \times 12.8 \approx 82 \text{ m}^2$$

$$\rightarrow F = 4 \cdot (6.40 \cdot 12.80) \approx 330 \text{ kN}$$

- 1) Calcolo delle reazioni vincolari;
- 2) Calcolo degli sforzi normali nelle aste a, b, c, d, e con le sezioni di Ritter;
- 3) Equilibrio nei nodi 0 e 1.

Calcolo delle reazioni vincolari. 1



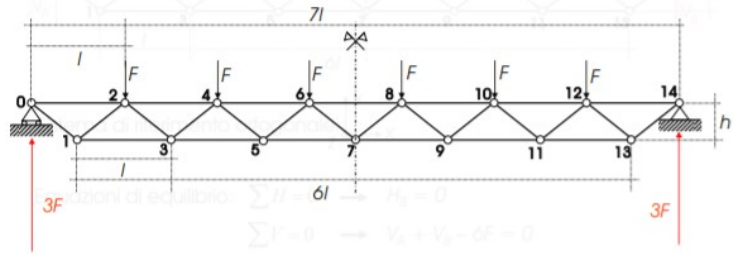
Sistema di riferimento ortogonale:

$$\begin{aligned}\sum H = 0 &\rightarrow H_B = 0 \\ \sum V = 0 &\rightarrow V_A + V_B - 6F = 0 \\ \sum M_B = 0 &\rightarrow -V_A \cdot 7l + F(6+5+4+3+2+1) = 0\end{aligned}$$

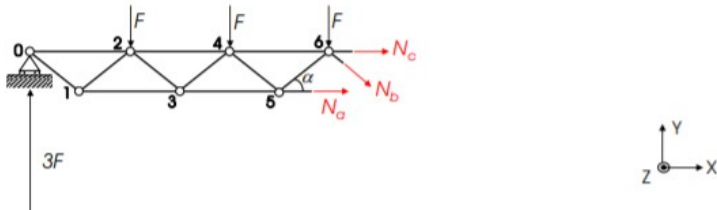
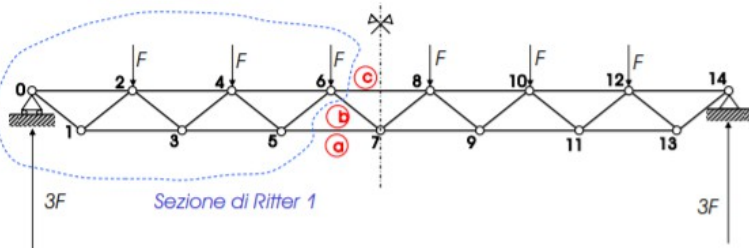
Calcolo delle reazioni vincolari. 2

Risoluzione: $V_A = 6F - V_B$
 $(V_B - 6F)7l + 21Fl = 0; \quad V_B = 3F$
 $V_A = 3F$

Nuova figura con le reazioni trovate:



Calcolo degli sforzi con sezione di Ritter. 1a



Calcolo degli sforzi con sezione di Ritter. 1b

1) Sforzo normale nell'asta a:

$$\sum M_6 = 0 \rightarrow N_a \cdot h - 3F \cdot 3l + F(2+l) = 0 \rightarrow N_a \cdot h - 6Fl = 0$$

$$N_a = \frac{6Fl}{h}$$

2) Sforzo normale nell'asta c:

$$\sum M_7 = 0 \rightarrow -N_c \cdot h - 3F \cdot \frac{7}{2}l + F\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right) = 0 \rightarrow -N_c \cdot h - 6Fl = 0$$

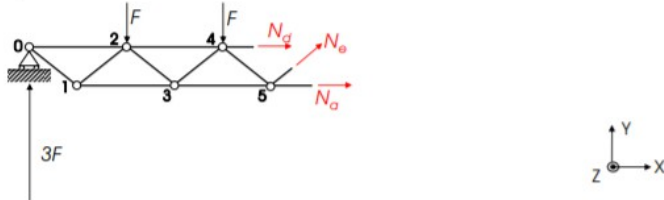
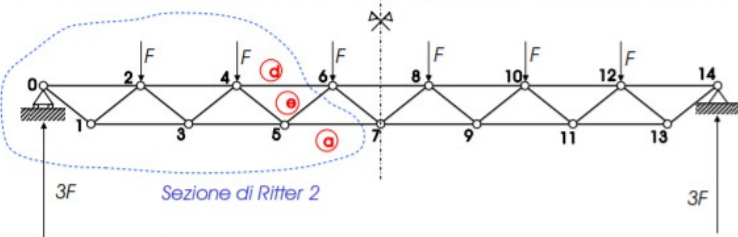
$$N_c = -\frac{6Fl}{h}$$

3) Sforzo normale nell'asta b:

$$\sum H = 0 \rightarrow N_a + N_c + N_b \cos \alpha = 0 \rightarrow \frac{6Fl}{h} - \frac{6Fl}{h} + N_b \cos \alpha = 0$$

$$N_b = 0$$

Calcolo degli sforzi con sezione di Ritter. 2a



Calcolo degli sforzi con sezione di Ritter. 2b

1) Sforzo normale nell'asta a:

$$\sum M_6 = 0 \rightarrow N_a \cdot h - 3F \cdot 3l + F(2+l) = 0 \rightarrow N_a \cdot h - 6Fl = 0$$

$$N_a = \frac{6Fl}{h}$$

2) Sforzo normale nell'asta d:

$$\sum M_5 = 0 \rightarrow -N_d \cdot h - 3F \cdot \frac{5}{2}l + F\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) = 0 \rightarrow -N_d \cdot h - \frac{11}{2}Fl = 0$$

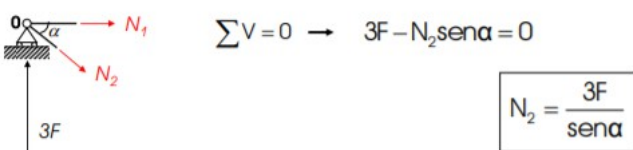
$$N_d = -\frac{11Fl}{2h}$$

3) Sforzo normale nell'asta e:

$$\sum H = 0 \rightarrow N_a + N_d + N_e \cos \alpha = 0 \rightarrow \frac{6Fl}{h} - \frac{11Fl}{2h} + N_e \cos \alpha = 0$$

$$N_e = -\frac{Fl}{2h \cos \alpha}$$

Equilibrio nel nodo 0



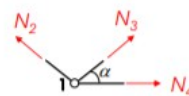
$$\sum V = 0 \rightarrow 3F - N_2 \sin \alpha = 0$$

$$N_2 = \frac{3F}{\sin \alpha}$$

$$\sum H = 0 \rightarrow N_1 + N_2 \cos \alpha = 0$$

$$N_1 = -3F \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Equilibrio nel nodo 1



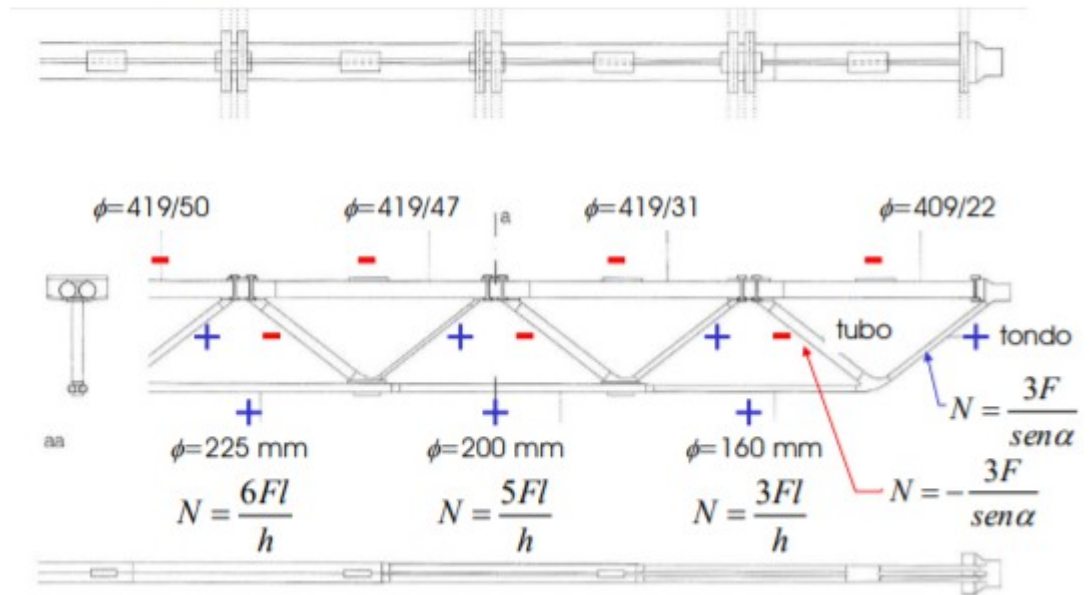
$$\sum V = 0 \rightarrow N_2 \sin \alpha + N_3 \sin \alpha = 0$$

$$N_3 = -N_2 = -\frac{3F}{\sin \alpha}$$

$$\sum H = 0 \rightarrow N_4 - N_2 \cos \alpha + N_3 \cos \alpha = 0$$

$$N_4 = 2N_2 \cos \alpha = 6F \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Dimensionamento delle membrature e leggibilità della funzione statica



Considerazioni finali

- coerenza tra scelte progettuali e concezione strutturale;
- citazioni dei tipi strutturali tipici degli edifici industriali in acciaio;
- reinterpretazione sofisticata del comportamento meccanico, dai risvolti costruttivi e tecnici;
- Leggibilità del comportamento meccanico della costruzione attraverso il dimensionamento degli elementi strutturali • volontà di sorprendere nella concezione degli elementi strutturali di facciata.

Strutture reticolari formate da aste soggette esclusivamente a sforzo normale (di compressione e trazione)

Puntone: richiede accorgimenti strutturali particolari

Le strutture reticolari coglievano l'intendimento di eliminare completamente la sollecitazione di momento flettente (limitante laddove la luce di progetto crescesse).

LE STRUTTURE SOSPESSE

L'elemento qualificante della struttura sospesa risiede nel fatto che non solo è eliminato il momento flettente (e quindi lo sforzo tagliante) ma anche lo **sforzo assiale è limitato al solo sforzo normale di trazione**.

Punto culminante dell'evoluzione per le strutture di grandi luci

Cenni storici: ponti sospesi antichi

Ponte incaico di Qeswachaka

Ponte tibetano a Cesena Torinese

Elementi costruttivi qualificanti: distinguiamo **due elementi fune** poste all'estradosso che fungono anche da corrimano, internamente vincolate attraverso **connettori ad impalcato inferiore** (ancora composto da funi binate). All'estradosso le due funi principali assumono una **configurazione naturale curvilinea** sotto il loro peso proprio, sensibilmente modificata dal carico viaggiante (cuspidi in corrispondenza del peso applicato). Funi portate in corrispondenza delle spalle da massicce pile che soprelevano le funi rispetto quota di campagna.

Tre elementi costruttivi del ponte di funi

- **Funi medesime** (realizzate in erba, corde intrecciate, motivo per cui non sono durabili (tradizione di distruggere e ricostruire il ponte con cadenza annuale)

- **Pile o antenne**

- **Strutture di fondazione**

Abitualmente antenne e strutture di fondazione denominate **strutture di bordo o di ammarro**



Le strutture sospese: struttura di funi moderna/turismo

Impalcato ridotto a singola fune all'intradosso

Connessioni tra funi superiori ed inferiori

La struttura di ammarro è un albero

Rapporto tra carichi variabili (peso persona) e peso proprio molto alto.

La struttura in se ha il peso all'ordine del daN.

Cuspide cavi portanti in corrispondenza forza peso del carico variabile

La fune assume configurazione quasi bilatera (punto angoloso in corrispondenza del punto in cui il pedone trasmette il suo carico).

Variazione della geometria del ponte al variare della posizione di carico

- Le funi assumono una configurazione geometrica dove la direttrice della fune è sempre derivabile

- Man mano che l'omino avanza, in corrispondenza del punto di applicazione della forza abbiamo la cuspide

Architettura particolare: non ha forma univoca e costante, ma **la sua forma dipende dalla posizione del carico agente su di essa** (almeno in questo caso).

Se i pedoni fossero di più, la forma dipenderebbe dai punti di applicazione e dai moduli dei pedoni.

Ipostaticità geometrica: una struttura è geometricamente ipostatica quando la sua geometrica dipende dalla condizione di carico su di essa applicata. (L'architettura non ha una forma propria).

Nessuna delle geometrie di fune è progettabile dall'architetto

Perché ognuna delle geometrie dovrà essere verificata alla luce di una condizione di carico.

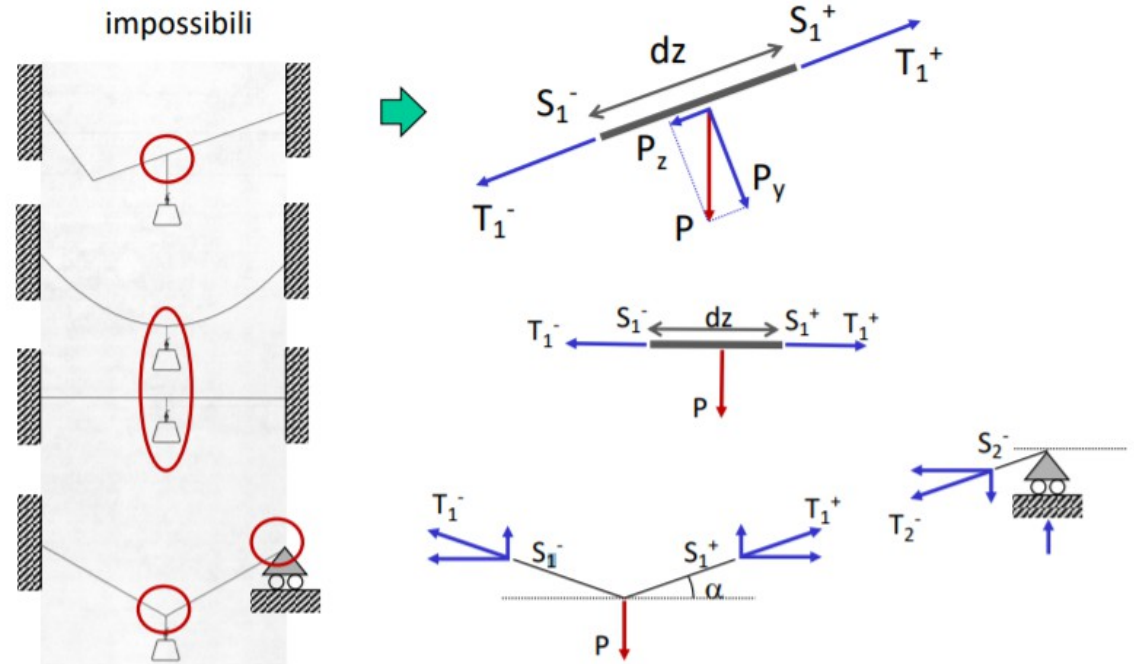
Quello che può desumere l'architetto della definizione di ipostaticità geometrica è progettare la distribuzione di carico al fine di ottenere una data geometria della fune.

Se volesse decidere la geometria della propria architettura, dovrà prima progettare il carico.

Architetture mutevoli: - La forma può cambiare durante la vita dell'architettura, in ragione della condizione di carico.

- Ne possiamo progettare strutture di funi sulla base della nostra volontà figurativa (forma soggetta a carico)

- Ci dovremo porre il problema di garantire che durante la vita utile della struttura, a fronte di variazione sensibili della variazione di carico le inevitabili variazioni siano compatibili con le funzioni e le parti strutturali.

Configurazioni geometriche impossibili della fune soggetta a vari carichi**Configurazioni geometriche della fune soggetta a vari carichi**

1. Configurazione bilatera (due segmenti retti e una cuspid) non è possibile a fronte di un carico concentrato applicato in un altro punto.

Schema unifilare: sezioni $+S_1$ e $-S_1$

Dz: concio fune

P: peso carico applicato

La fune è ancora modellabile come solido di Des Saint Venant

Quali sono le carte di sollecitazione che possono immaginare sulle due facce di questa sezione S_1 ?

No momento flettente, perché la fune si sottrae cambiando la sua forma, anche il taglio sarà nullo.

Dovrò ipotizzare solo lo sforzo assiale N (qui chiamato con lettera T: trazione — fune si sottrarrà a sforzo assiale di compressione, unica sollecitazione che possiamo immaginarci è uno sforzo normale di trazione).

Vettori blu come positivi: certezza a priori.

Equilibrio garantito sotto l'effetto di forze agenti esterne, esclusivamente dai due vettori T_1^+ e T_1^- (entrambi di trazione positivi).

La fune ha pochissime risorse per garantire l'equilibrio.

Configurazione impossibile perché è impossibile l'equilibrio.

Sistema di riferimento locale. Equilibrio P_z in qualche modo garantito da T_1 , ma sommatoria forze secondo P_y , equilibrio non garantito secondo questa direzione (non abbiamo taglio) non può esserci equilibrio in direzione y.

2. Configurazione parabolica

3. Configurazione rettilinea orizzontale

Peso applicato per entrambe nella mezzeria

Concio Dz rettilineo orizzontale

A fronte di forza agente P secondo asse y, per garantire equilibrio abbiamo solo sforzi assiali di trazioni diretti lungo direzione asse z

4. Cavo vincolato da un incastro e un carrello

In corrispondenza del punto di applicazione della forza: due segmenti rettilinei inclinati rispetto orizzontale α . Possiamo immaginare che l'equilibrio possa essere garantito.

Per entrambe possiamo definire componente orizzontale e verticale.

Componenti orizzontali si fanno equilibrio tra di loro.

Le due componenti verticali potranno fare equilibrio alla forza agente P.

Se ci spostiamo dalla sezione S_1 (carico) alla sezione S_2 in corrispondenza del carrello, la fune può essere intesa come un'asta. Ci possiamo immaginare che la trazione T_1 la ritroveremo di pari modulo (di trazione ma verso opposto su S_2).

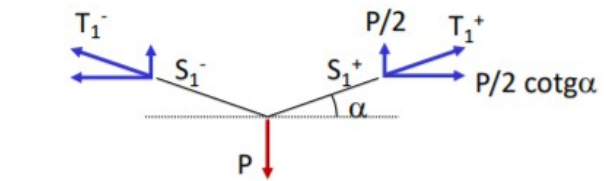
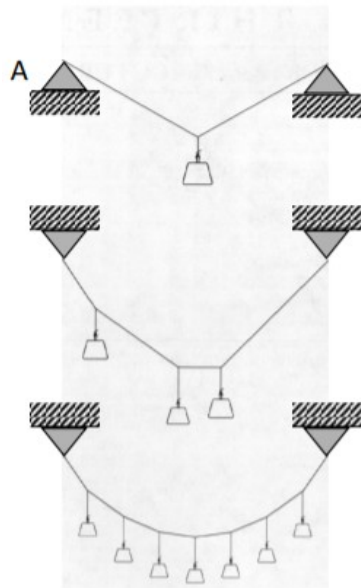
Anche dello sforzo normale T_s possiamo definire componente orizzontale e verticale.

Cercando di imporre equilibrio nella sezione S_2 , dovremmo considerare forze agenti, reazione vincolare del carrello (che può esprimere solo una forza) componente orizzontale trazione T_2 non potrà essere vincolata da nessuna reazione vincolare esterna. L'equilibrio non è possibile in corrispondenza del vincolo.

Configurazioni geometriche **possibili** della fune soggetta a vari carichi

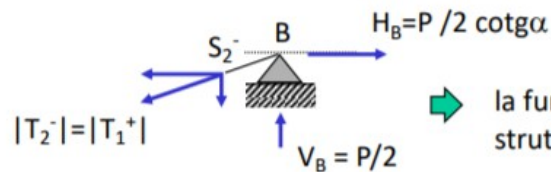
Configurazioni geometriche della fune soggetta a vari carichi

possibili



$$T = \frac{P}{2 \sin \alpha} \rightarrow \sin \alpha = \frac{P}{T} \quad \lim_{\alpha \rightarrow 0} T = \infty$$

➡ la configurazione rettilinea è impossibile.



➡ la fune è una struttura traente.

1. Prima linea di distacco in corrispondenza carico

Dato angolo α siamo in grado di determinare le componenti verticali e orizzontali agenti sulle sezioni, con equilibrio al nodo e sulla scorta delle condizioni di simmetria.

Le due componenti verticali devono fare equilibrio alla forza p , mentre le componenti orizzontali devono farsi equilibrio fra di loro.

In alternativa Sforzo normale T (determinato con teorema di Pitagora)

Dispense errore: $P/2T$

Relazione tra tiro nella fune e carico applicato

Equilibrio verificato

- possibilità di valutare il limite di T per α che tende a 0 (fisicamente significa che se fa ciao tendere α a 0 allora il \sin di α tende anch'esso a 0 \rightarrow la trazione va ad infinito, indipendente mente dal modulo della forza P applicata).

Non c'è modo di imporre che il cavo abbia configurazione perfettamente rettilinea (unico modo è che la trazione del cavo sia infinita)

Il $\sin \alpha$ descrive la forma della nostra architettura. (Dalle sue funzioni trigonometriche)

La forma di un architettura di cavi è una funzione del carico applicato P e stato di sollecitazione interna T .

Ipostaticità della fune: al variare del carico P cambierà il $\sin \alpha$.

Perché la fune possa equilibrare carichi agenti o reagenti attraverso sforzo normale, deve cambiare la sua geometria in maniera che le componenti degli sforzi normali garantiscono equilibrio in funzione del carico applicato.

La struttura di funi è una struttura che ha una analogia con l'arco.

Arco: struttura spingente, per garantire l'equilibrio doveva avere reazioni vincolari esterne pari alla monta.

Analogamente vediamo che anche la fune per garantire equilibrio a fronte di carichi verticali richiede componenti orizzontali delle reazioni vincolari esterne.

La fune è necessariamente una struttura traente: a fronte di carichi puramente verticali, cerca di avvicinare le sue sezioni di estremità. E perché questo non accada sono necessari vincoli in grado di esprimere reazioni vincolari orizzontali e verticali.

La struttura richiede particolari strutture di ammarro

Necessario curare particolarmente strutture di ammarro (non solo equilibrare carichi verticali ma anche esprimere reazioni orizzontali).

A fronte di struttura molto leggera lungo la campata, così leggera non sarà ai suoi estremi, perché dovremo progettare vincoli reali più ingombranti figurativamente e impegnativi meccanicamente (in grado esprimere reazioni vincolari orizzontali e verticali).

Specificità delle strutture sospese

- **Non hanno una forma propria**
- **Voglia di cambiarla lungo vita utile architettura**
- **Strutture di ammarro richiedono cura progettuale particolare.**



Padiglione del Portogallo - Expo 98 A. Siza, 1998

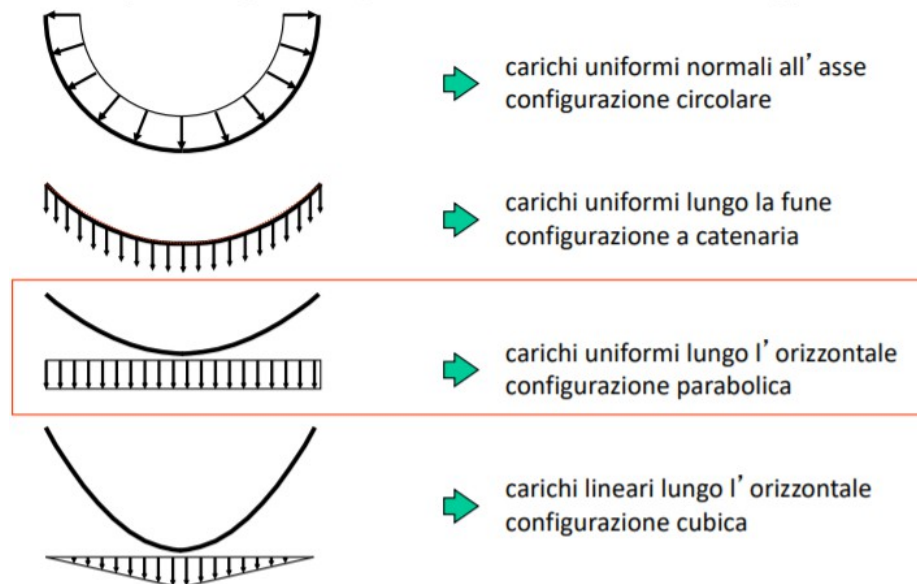
Figuriamoci che la superficie non sia una membrana con due dimensioni prevalenti ma che sia realizzata con tante funi ripetute tre per traslazione nella direzione longitudinale dell'edificio e che vi venga posto un manto di copertura.

Struttura lungo il sito sviluppo leggera e poco ingombrante (figurativamente e meccanicamente).

Ma Siza non ha scelto la forma, l'ha scelto l'equilibrio per lui. Si è confrontato con determinazione geometria a fronte di carico dato. No problemi di compatibilità di servizio o strutturali.

Drammatica contrapposizione tra struttura funi leggera e i due corpi di fabbrica estremi, massicci senza aperture (due strutture di bordo/ammarro che riportano a terra componente orizzontale della reazione vincolare). Siza fa di un problema (trazione) un vantaggio progettuale, reinterpreta struttura di ammarro in una maniera figurativamente felice.

Principali configurazioni geometriche e carichi distribuiti applicati



Rilevante interesse progettuale valutare forma le che fune assume sotto condizioni di carico che permarranno durante tutta la vita utile dell'architettura (carichi permanenti: peso proprio fune stessa non apesante ma dotata realisticamente di peso proprio, altri carichi portati: pesi che permanentemente costituiranno la nostra architettura, + altri carichi permanenti: carichi di pretensione).

La forma che la struttura di funi assume sotto questi carichi che permarranno durante vita utile si chiama: **stato zero**.

Determinare questa configurazione geometrica è complicato. (Problema non lineare)

- **Carichi uniformi all'asse (configurazione circolare)**
- **Carichi uniformi lungo la fune (configurazione a catenaria)**

Seconda configurazione notevole ... (9:48)

Fune soggetta a carico uniformemente distribuito, ... fune assume configurazione circolare

Viceversa se i carichi sono uniformemente distribuiti lungo tutta la fune e sono carichi diretti verticalmente, la configurazione si dice a catenaria (non esprimibile con funzione matematica semplice)

La fune assume per garantire equilibrio sotto l'effetto del proprio peso. Carico uniformemente distribuito lungo sviluppo della fune.

Catenaria: nome che i ferrovieri attribuiscono ai fili della trazione dei treni

- **Carichi uniformi lungo l'orizzontale (configurazione parabolica)**

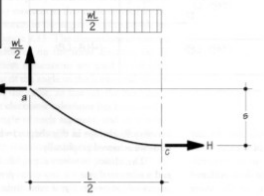
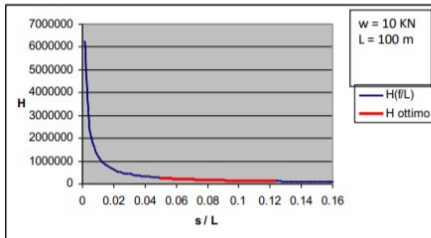
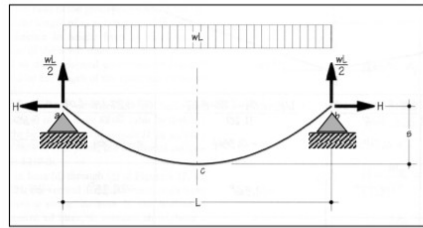
Carico difformemente distribuito lungo proiezione orizzontale, lo stato zero della fune risponde a legge (funzione di terzo grado).

Una volta noto lo stato zero (derivante carico uniformemente distribuito) studiare il regime meccanico Per esprimerne reazioni vincolari e caratteristiche di sollecitazione, e vedere se da queste espressioni possiamo trarre insegnamento di carattere progettuale.

- **Carichi lineari lungo l'orizzontale (configurazione cubica)**

Esempio: Il cavo parabolico simmetrico

Il cavo parabolico simmetrico .1



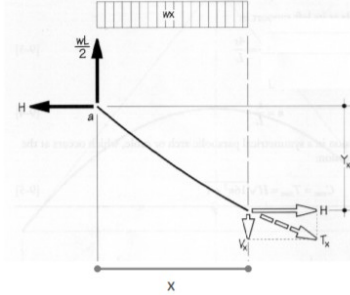
$$\sum M_a = 0 = -\left(\frac{wL}{2}\right) \cdot \frac{L}{4} + sH$$

$$\rightarrow H = \frac{wL^2}{8s}$$

Al ridursi di s/L
 \rightarrow diminuisce l'ingombro strutturale;
 \rightarrow aumenta il tiro al vincolo.

$$\Rightarrow \frac{1}{20} \leq \frac{s}{L} \leq \frac{1}{8}$$

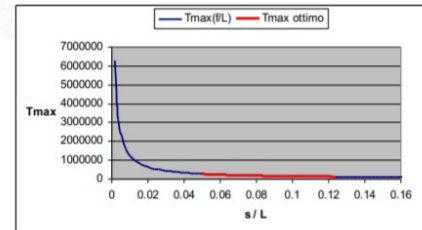
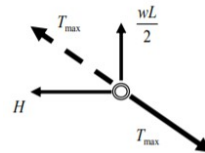
Il cavo parabolico simmetrico .2



$$\sum V = 0 = \frac{wL}{2} - wX - V_x = 0$$

$$\rightarrow V_x = \frac{wL}{2} - wX$$

$$T_{\max} = \sqrt{\left(\frac{wL}{2}\right)^2 + H^2} = H \sqrt{16\left(\frac{s}{L}\right)^2 + 1}$$



Carico soggetto a carico uniformemente distribuito sulla proiezione orizzontale (W)

Il cavo copre luce L e vincolato in A e B

Per cavo uniformemente distribuito la geometria è parabolica, univocamente definita da tre punti

Coordinate a (0,0) B (L,0)

+ ulteriore punto denominato c (punto di minimo) coordinate in $x(L/2)$ e in $y(-s)$

Determinazione reazioni vincolari delle cerniere

In ogni sezione della fune è come ci fosse una cerniera interna. (Momento nullo)

La mia fune tirerà tanto più s è piccolo

Una fune con s piccolo è una fune molto tirata

Indicazioni di progetto

W: deciso da madre nature o funzione della fune (non il progettista)

L: deciso dal committente

s : non decidiamo forma geometrica della fune, ma di questa parabola possiamo decidere l'ordinata del terzo punto c

S condizionata da esigenze funzionali

Ragioni meccaniche che possono limitare s verso l'alto/basso

Possiamo provare a diagrammare H

Se facciamo variare rapporto s su L : tiro complessivo varierà come ramo di iperbole (curva blu)

H tende ad infinito quando rapporto s su L tende a 0 (fune molto tirata, tesa: configurazione fune perfettamente rettilinea)

E tendo a 0 quando rapporto s su L tende a infinito (fune estremamente spanciata ad infinito)

Per avere massima h data H , portare s/L a 0, dovremmo avere struttura di ammarro infinitamente resistente

Abitualmente nella pratica progettuale il rapporto s su L scende in intervallo di valori compreso tra $1/8$ e $1/20$ (rosso)

Intervallo progettuale consente di ridurre il modulo del tiro: reazione vincolare del tiro

Utile valutare come varia sforzo normale (T) lungo tutto il cavo

Se consideriamo linea di distacco che passi per una sezione generica S (tratto punto)

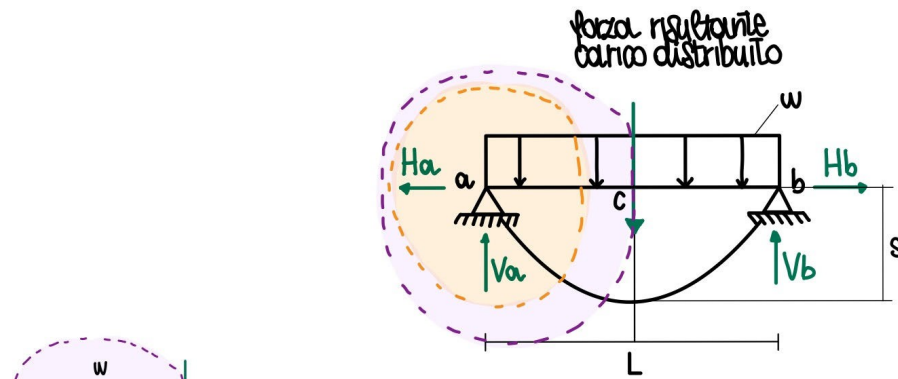
Il tiro T avrà componente orizzontale costante e componente variabile verticale (nulla in c, massima in corrispondenza del punto di sospensione dove la componente verticale dovrà equilibrare $WL/2$: taglio massimo possiamo ottenerlo con teorema Pitagora)

Taglio massimo in corrispondenza del punto di sospensione (A o B): H per radice quadrata di $16(s/L)^2 + 1$

Se diagrammiamo tiro massimo, ci rendiamo conto che sempre di ramo di iperbole si tratta

Ridurre ingombro strutture ammarro e ridurre tiro sollecitante (qui di anche sezione trasversale della nostra fune).

T_{\max} : Sforzo normale di trazione massimo, che conoscerà il suo massimo in corrispondenza degli appoggi



3 eq cardinali della statica

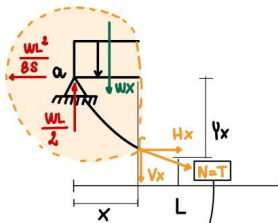
$$1) \sum H = 0 \quad -H_a + H_b = 0 \quad H_a = H_b$$

$$2) \sum V = 0 \quad V_a + V_b - wL = 0 \quad \rightarrow 2) V_a = \frac{wL}{2}$$

$$3) \sum M_a = 0 \quad V_b \cdot L - w \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{2} = 0 \quad \rightarrow V_b = \frac{wL}{2}$$

$$\sum M_c = 0 \quad -\frac{wL}{2} \cdot \frac{L}{2} + \frac{wL}{2} \cdot \frac{L}{2} + H_a \cdot s = 0$$

$$-\frac{wL}{8} + H_a \cdot s = 0 \quad H_a = \frac{wL^2}{8s} = H_b = H_c$$

non ha senso supporre componente verticale!
perché il momento non sarebbe nullo!traslato T, considerando componenti verticali V_x e orizzontali H_x
eq di equilibrio (sapendo che la risultante del carico è $w \cdot x$)

$$1) \sum H = 0 \quad H_x - \frac{wL^2}{8s} = 0 \quad \rightarrow H_x = \frac{wL^2}{8s} \rightarrow \text{costante (non varia al variare di } x \text{ e } y)$$

$$2) \sum V = 0 \quad V_x + wx - \frac{wL}{2} = 0 \quad \rightarrow wx = \frac{wL}{2} - V_x \rightarrow \text{varia linearmente}$$

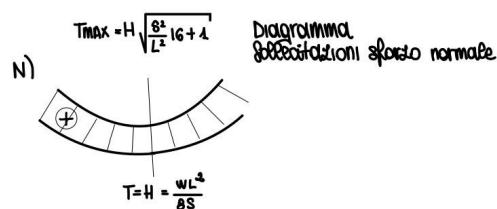
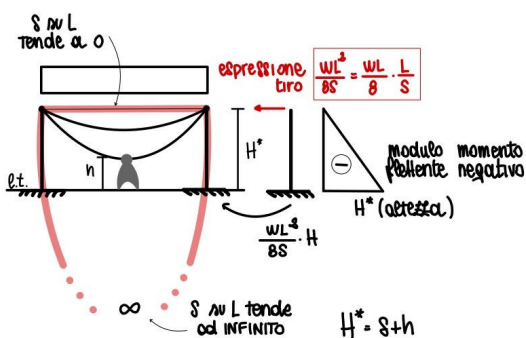
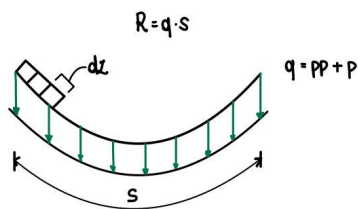
(forz. 1° grado \rightarrow ne determino il valore in 2 punti)

$$V_x, a (x=0) = \frac{wL}{2} \text{ (max)}$$

$$V_x, c (x=L/2) = 0$$

$$T = \sqrt{H_x^2 + V_x^2}$$

$$T_{max} = \sqrt{H_x^2 + \left(\frac{wL}{8s}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{wL^2}{8s}\right)^2 + \left(\frac{wL}{2}\right)^2} = \frac{wL^2}{8s} \cdot \sqrt{1 + 16 \frac{s^2}{L^2}}$$



Esempio: Un ponte sospeso

Oakland Bay Bridge - San Francisco, Purcell e Woodruff - 1936

Quando il carico uniformemente distribuito sulla proiezione orizzontale della fune ha interesse pratico

Riconosciamo funi principali, antenne (più campate), strutture terminali di ammarro, impalcato da ponte, connessa dai pendini

Differenza: presenza **impalcato** (trave orizzontale) —> motivo principale funzionale

Scopo di stabilizzare la struttura di fune a fronte di variazione della condizione di carico.

Trave reticolare funzione di limitare variazioni della geometria del cavo, a fronte di variazioni di geometria del cavo.

Al variare della posizione dell'automobile sulla campata, il cavo non senta variazione della condizione di carico e quindi non vari la sua geometria.

La struttura reticolare in ragione della sua grande rigidezza: capacità di denunciare piccole deformazioni a fronte di un carico, a funzione di redistribuire tre carichi concentrati tra molti pendini, ancorchè il carico viaggiante sia in corrispondenza di un singolo pendino, il suo carico non sia passato solo a quel pendino, ma che la trave reticolare conosca un abbassamento tale da indurre abbassamento di N pendini nell'intorno del punto di applicazione del carico, così che ridistribuiscono il carico su una lunghezza.

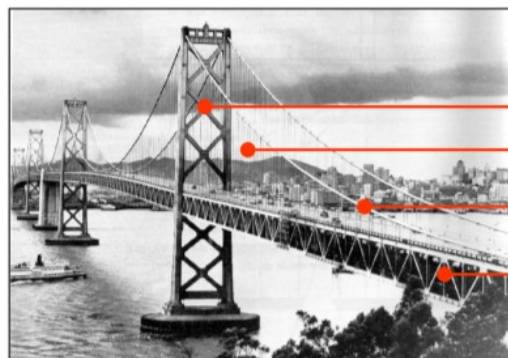
Trasforma carico concentrato del vincolo in un carico distribuito lungo la trave e quindi lungo la fune.

La fune varierà ancora la sua geometria, ma il carico che percepirà sarà simile a carico distribuito, quindi cambierà poco la sua geometria.



Un ponte sospeso

effetto di un carico viaggiante pesante sulla geometria deformata di un ponte sospeso con impalcato poco rigido.



Oakland Bay Bridge - San Francisco
Purcell e Woodruff - 1936

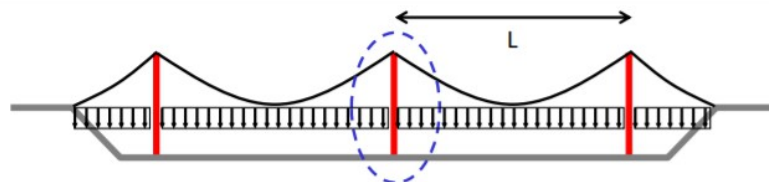
antenna compressa.

impalcato appeso a pendini.

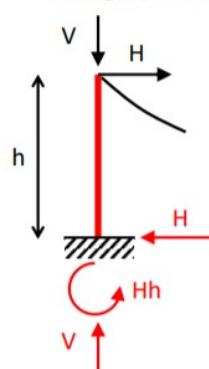
cavo con geometria parabolica.

trave reticolare flessionalmente rigida che realizza l'impalcato per stabilizzare la struttura.

Strutture di ammarro

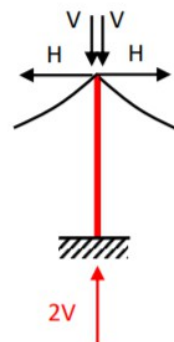


A: singola fune in testa antenna



Nel caso A l'antenna è compressa e inflessa

B: due funi di ugual luce soggette al medesimo carico



Nel caso B l'antenna è semplicemente compressa

Ripasso 14 12 Morfologia

Caratteristiche generali della fune: elementi strutturali caratterizzati da **ipostaticità** (solido di Des Saint Venant che non ha forma propria, ma dipende dal carico; ad ogni carico corrisponde una specifica forma della fune, caratteristica che dipende dal fatto che la fune è sollecitata da esclusivamente **sforzo normale** e **sforzo normale di trazione**).

Per garantire l'equilibrio per ogni concio della fune, particolare inclinazione retta d'azione dello sforzo normale di ogni sezione sotto particolare sezione di carico.

Determinazione della geometria della fune sotto particolare carico è questione complicata matematicamente.

Stato zero: condizione geometrica della fune sotto effetto di **carichi permanenti** (permangono lungo tutta la vita della fune).

Carico applicato e forma della fune (configurazioni notevoli)

Condizione di carico uniformemente distribuito, a cui corrisponde forma semplice da essere descritta geometricamente. - reazioni vincolari e stato di sollecitazione in tutte le sezioni.

Indicazioni del carattere progettuale circa la determinazione del rapporto seg e luce, essendo la distanza dal piano di sospensione e punto di minimo della geometria della fune (intervallo di rapporti che consente di **ridurre ingombro complessivo strutturale e contenere modulo della reazione vincolare orizzontale e tiro massimo**).

Questioni specifiche progettuali della fune

- Ipostaticità: necessita da parte dell'architetto di ridurre al massimo le variazioni della geometria della fune al variare della condizione di carico sulla fune durante la vita utile, dettata tanto dal soddisfacimento dei requisiti funzionali dell'architettura, quanto necessita garantire congruenza tra le variazioni geometriche degli elementi strutturali ed elementi non strutturali. (**Metodi di stabilizzazione delle strutture di fune**)

Accorgimenti al variare delle condizioni di carico, la variazione della geometria della fune sia contenuta entro limiti accettabili).

- Progettazione delle strutture di bordo e ammarro: dipende dal fatto che **la fune è una struttura traente** (soggetta a carichi verticali, è necessario che i vincoli esterni esprimano reazioni vincolari orizzontali portante dal piano di sospeso o e della fune a terra.

Pittogramma progettato come vincolo reale (strutture di bordo, particolarmente impegnative da progettare).

Sia i metodi di stabilizzazione delle strutture di funi, sia i metodi di progettazione delle strutture di bordo, hanno una valenza non solo **meccanica** evidente, ma anche **architettonica** nella misura in cui daranno luogo ad elementi strutturali e costruttivi che possono variare significativamente la figuratività della struttura.

Oakland Bay Bridge - San Francisco, Purcell e Woodruff - 1936

Il primo metodo di stabilizzazione implica l'inserimento nella struttura di funi di un elemento strutturale ulteriore **rigido**, che in questo caso è una **grande travatura reticolare ingombrante e pesante**.

La funzione in questo caso, in assenza di elementi non strutturali significativi è di **garantire i requisiti funzionali della struttura** (evitare che al passaggio di un carico variante, conosca eccessive variazioni della pendenza del sedile stradale).

Dal punto di vista **meccanico**, questa struttura reticolare non ha la funzione di sostituirsi alla struttura di funi, ma di, una volta che esso sia caricato da **carico concentrato** direttamente applicato sull'impalcato, grazie alla sua rigidità **redistribuisce il carico concentrato al pendino più vicino** al punto di applicazione ma anche ad un gran numero di pendini nell'intorno del punto di applicazione, cosicché **il carico concentrato venga trasferito alla fune principale da molti pendini come un carico distribuito**, seppur disuniformemente distribuito.

Due inconvenienti:

- **L'ingombro** che si traduce in questione meccanica: mentre le strutture di funi sappiamo essere le strutture che massimizzano il rapporto carico portato/su peso proprio della struttura, l'impalcato reticolare fa sì che la particolarità della fune, venga parzialmente sacrificata.

- Questo elemento strutturale integrativo è ingombrante anche dal punto di vista **architettonico**

Si noti l'impalcato: la figuratività della struttura sospesa viene trasfigurata.

l'elemento figurativo dominante non è più la struttura di funi in sé.

*Cartiere Burgo – Mantova, Pier Luigi Nervi, 1961-63*

Pendini che connettono 4 cavi alla struttura di impalcato che realizza la copertura piana del capannone. Grande **prete longitudinale d'ambito** piena ulteriormente evidenziata da nervature verticali.

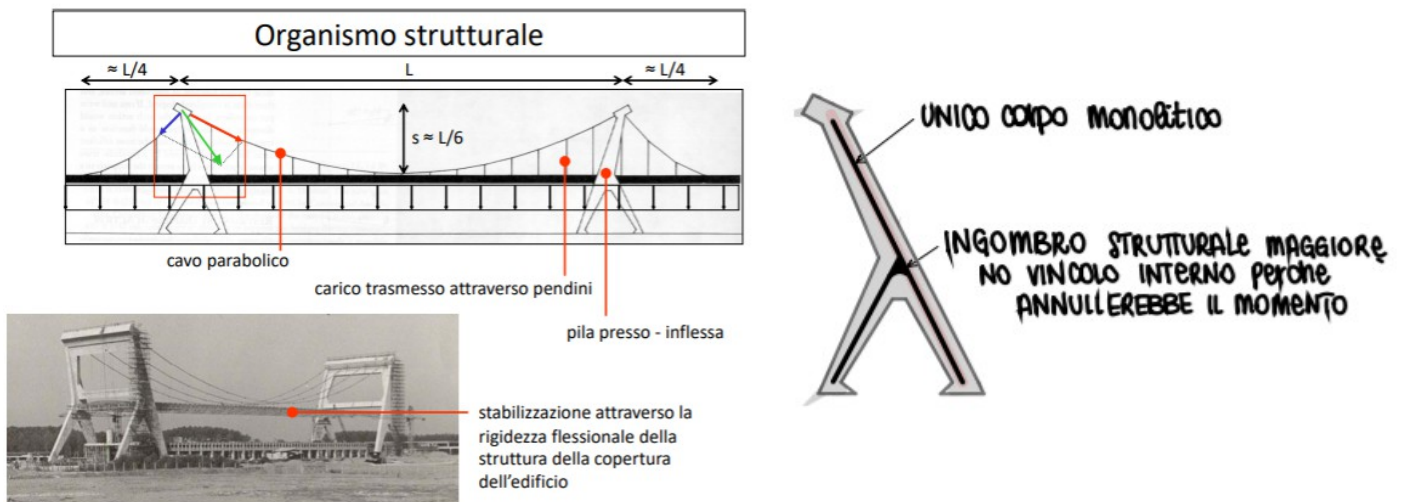
I pendini verticali connettono i cavi alle travi che realizzano struttura principale che in questo caso è il **solaio dell'orizzontamento del tetto piano** (travi inflesse, stessa funzione di stabilizzare la struttura di funi a fronte di carichi non uniformemente distribuiti).

Attenzione veicolata non solo verso l'elemento stabilizzante, ma anche nelle **strutture di bordo** (antenne dalla forma singolare). Nel caso del ponte sospeso sono antenne che separano una campata dalle adiacenti.

Struttura multicampata, strutture di bordo quali tutte le strutture intese a sospendere ogni iano di funi (tutte le antenne, di estremità per ogni singola campata) + due strutture di bordo che sono le **strutture di fondazione in corrispondenza** delle spalle del ponte, laddove l'impalcato si interrompe perché incontra la quota campagna.

Antenne: strutture reticolari piane che si sviluppano nel piano verticale, trasversale all'impalcato e che quindi non è per via del loro essere reticolari che portano a terra carichi orizzontali espressi dal tiro della fune, perché giace nel piano longitudinale rispetto all'impalcato.

Come è possibile che una trave inflessa, incastrata al piede (mensola inflessa) che ha uno sviluppo dell'ordine dei 200-300m di altezza sia in grado di portare a terra carico orizzontale grande come quello espresso dal tiro della fune?



Analizziamo un'antenna, immaginandoci due schemi statici, quindi due condizioni di carico

Caso a) Condizione ipotetica che non risponde alla realtà costruttiva ma che ci serve a comprendere la condizione realmente utilizzata.

Schema statico antenna nel caso sia una struttura di bordo di una struttura parabolica ma che viceversa non arrivi anche la fune della campata adiacente.

Evidenziato componente orizzontale H e verticale V che saranno reazioni vincolari dei vincoli espressi dalla fune cambiate di segno.

A fronte di questa condizione di carico imposte dalla fune, quali sono reazioni vincolari imposte dalla base? (verticale, orizzontale e momento Hh)

Andamento di **diagramma del momento flettente dell'antenna**

Immaginiamo sistema di riferimento locale

Quando $z=0$ il momento flettente è nullo

Quando $z=h$ il momento flettente è massimo

Momento flettente pari ad $h \cdot z$ (diagramma) → antenna fortemente inflessa

È inimmaginabile che questo possa essere lo schema statico utilizzato.

Qual è il vantaggio che la struttura trae dal fatto che il ponte sia multicampata?

Caso b) In prossimità dell'antenna sono sospesi due travi

Campate soggette a medesimo carico uniformemente distribuito Q

In testa all'antenna componenti verticali e orizzontali simmetriche

Vantaggio riguardo non tanto lo sforzo assiale, ma rispetto taglio e momento flettente indotti dalla componente orizzontale H (stesso modulo ma verso opposto, per cui sono autoequilibrate (si compensano))

L'incastrò al piede dell'antenna è chiamato ad esprimere solo la componente verticale

Antenna puramente compressa, momento nullo.

Riusciamo a realizzarla con asta relativamente snella vista in figura, l'antenna non è inflessa per la condizione di carico presa in considerazione.

Una struttura di funi multicampata è analoga a strutture archi adiacenti (archi strutture adiacenti, e funi strutture traenti) riusciamo a compensare ora la spinta, ora il tiro.

Struttura di ammarro

Non si tratta più di una struttura multicampata

(no molteplici funi che coprono medesima luce L e medesimo carico Q)

Ha due campatine laterali non confrontabili alla campata centrale per luce, perché è molto ridotta ($L/4$)

Geometria fune in corrispondenza del punto di sospensione è differente nella campata centrale.

Possiamo congetturare che le componenti orizzontali dei due tiri delle due funi si facciano equilibrio fra di loro? No → Modulo di H diverso da modulo dell'altra componente orizzontale h

C'è da immaginare che le antenne non potranno beneficiare del fatto che siano equilibrate.

Saranno soggette a **risultante orizzontale** (momento flettente e taglio).

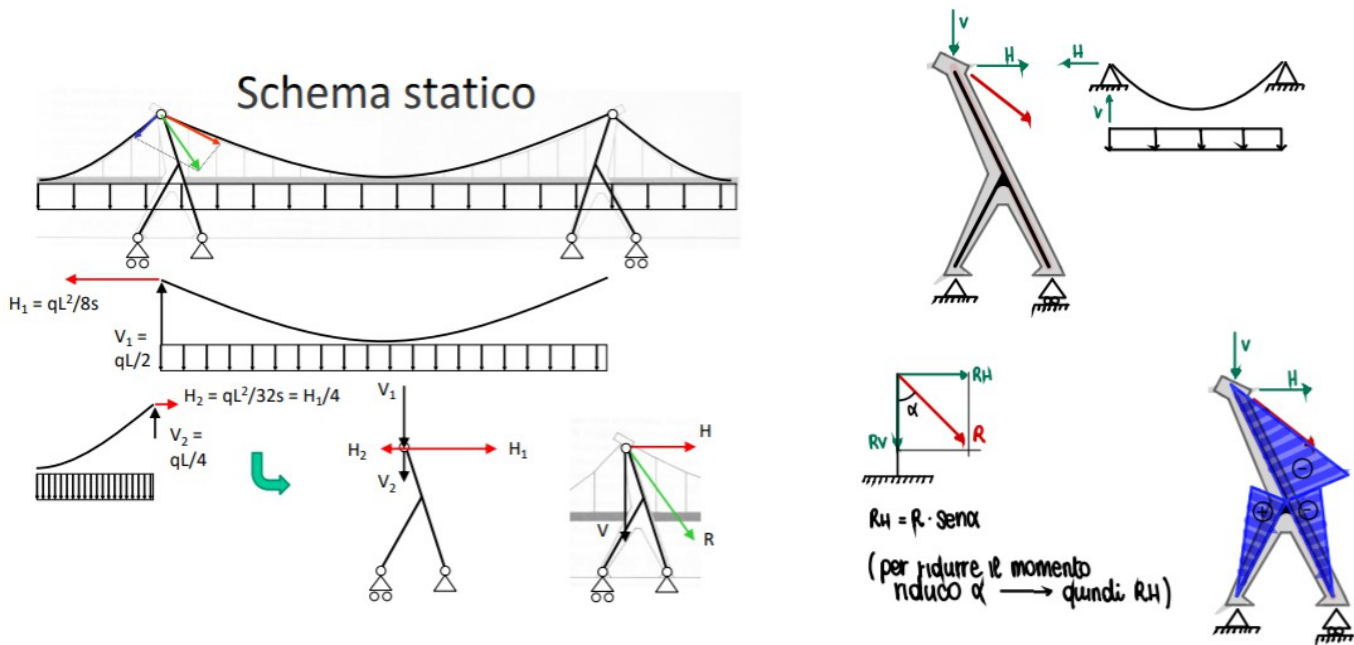
Antenne forme a lambda

Analisi morfologica

Ingombro maggiore (punto **intersezione**): **sollecitazioni massime**

Ai **vertici** (sezioni minori): **sollecitazioni minime**

Possiamo immaginare che il momento flettente ai piedi e in testata sia piccolo, ai limiti nullo.



Schema statico

Cavo parabolico soggetto a carico uniformemente distribuito, vincolato agli e stremi da due cerniere, che esprimono reazioni vincolari V e H .

Per via della gerarchizzazione strutturale le reazioni vincolari H e V ci immaginiamo che siano le forze che caricano la testata dell'antenna (cambiate di segno).

Schema statico per la fune principale (campata centrale 1)

V_2 e H_2 reazioni vincolari che manterranno in equilibrio cavo

H: H_1 - H_2

V: V_1 - V_2

Risultante complessiva R delle 4 forze riportata nel disegno superiore

Sarà soggetta esclusivamente a momento assiale o anche a taglio e momento flettente?

Immaginiamo che Nervi abbia progettato l'antenna come quella del ponte di San Francisco (mensola)

Scomponiamo R secondo componenti perpendicolare all'antenna e secondo l'asse dell'antenna

Come facciamo a ridurre il momento flettente? (Ridurre modulo di R_H senza ridurre modulo di R)

Riduco momento flettente riducendo α , per questo l'antenna non è verticale ma **inclinata** (strapiomba rispetto alla campata corta, perché facendo così sto riducendo ampiezza dell'angolo α , ne riduco il **sin** quindi la componente perpendicolare).

Stabilizzazione per massa

La **rigidezza** impattava la struttura in termini figurativi e di ingombro strutturale.

Terminal aeroportuale di Dulles - Chantilly

Virginia Eero Saarinen - Ammann e Whitney, 1962

Come è stabilizzata questa struttura di funi?

Vediamo grandi **mensole** verosimilmente **strutture di bordo** (di altezze differenti per avere un prospetto più alto dell'altro \rightarrow scelta architettonica).

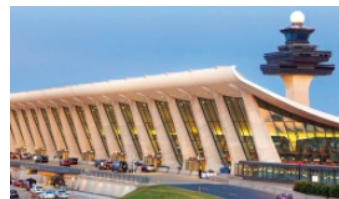
Sulla testata di queste mensole corre una **travedi bordo** che si sviluppa longitudinalmente, in calcestruzzo armato. Trave di bordo di cui conosciamo solo un estremo, offre **piano di sospensione continuo alle funi**, che vengono pesate tra una trave e l'altra e ripetute per traslazione per generare lo spazio architettonico.

Geometria funi, soggette al loro peso (pp) e a quello del manto di copertura (p) (configurazione a catenaria) Funi organizzate a due a due (**binat**) e poco ingombrante.

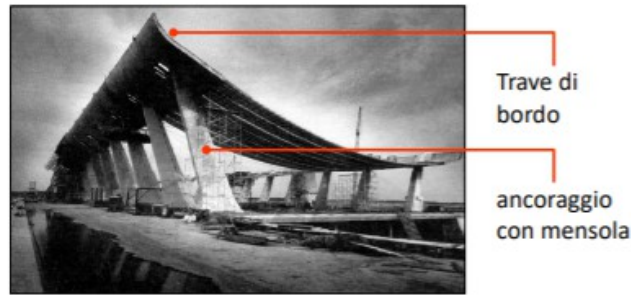
Sulle funi vengono posti elementi che realizzano il manto di copertura, prefabbricati in calcestruzzo armati

Stabilizzazione per massa, perché è il peso permanente delle lastre in calcestruzzo che stabilizzano.

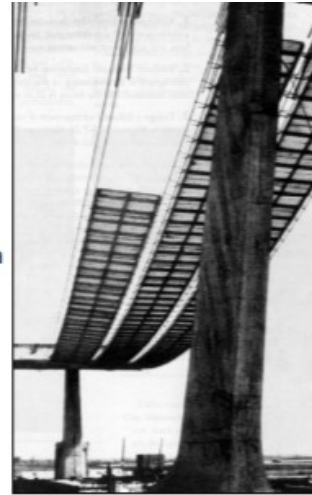
Calcestruzzo armato molto denso.



Condizione di carico figurabile per questa fune



copertura appoggiata direttamente
→ configurazione a catenaria
copertura con elementi prefabbricati in cls
→ stabilizzazione per massa



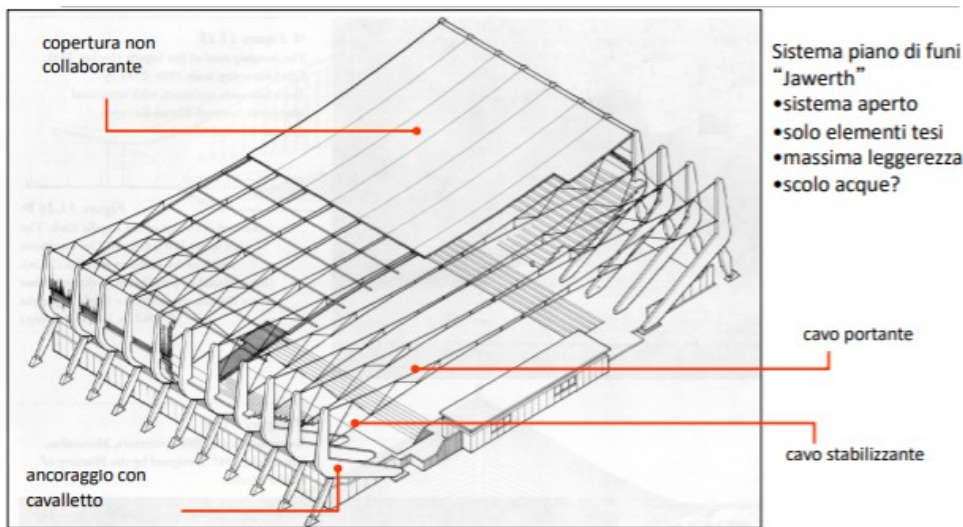
Immaginando una forza concentrata F_v , questa sarà irrilevante e trascurabile rispetto al carico permanente.
L'entità dei carichi variabili è piccola rispetto carichi permanenti in calcestruzzo armato.

Vantaggio: muro di testata tamponata con parete a cortina vetrata. Necessita di fare sì che la copertura non conosca grandi spostamenti, altrimenti la cortina vetrata non potrebbe seguirla.

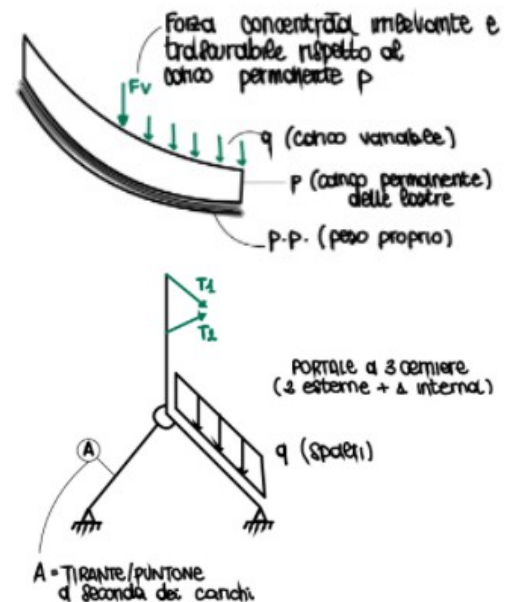
Antenne/strutture di bordo con vincolo **incastro** al piede
Soggetti a **sforzo normale** e **momento flettente**

Stabilizzazione con cavi pretesi

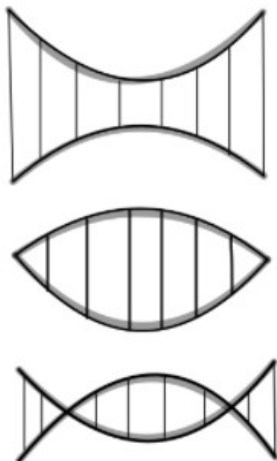
Centro sportivo - Sokoto, Nigeria - Mosco, 1980 (luce: 73m)



Sistema piano di funi "Jawerth"
• sistema aperto
• solo elementi tesi
• massima leggerezza
• scolo acque?



Manto di copertura: membrana in materiale plastico che impermeabilizza
Ordito di travetti secondari longitudinali che portano la membrana medesima
No elemento irrigidente, nè un elemento pesante.



Se il carico fosse verticale con verso opposto, il cavo riuscirebbe a reggerlo?

Il progettista aggiunge secondo cavo che ha la concavità opposta e quello principale
Necessita di introdurre pendini che connettano cavo stabilizzante e portante.

No struttura reticolare perché non ci sono aste compresse, tutti gli elementi sono funi tese, e non è necessario che il quadro conosca asta diagonale.

Per evitare che la fune stabilizzante risulti lasca sotto l'effetto di carico gravitazionale, tanto fune stabilizzante quanto la portante sono soggette a **sforzo di pretensione**, con **dispositivi tendicavo**

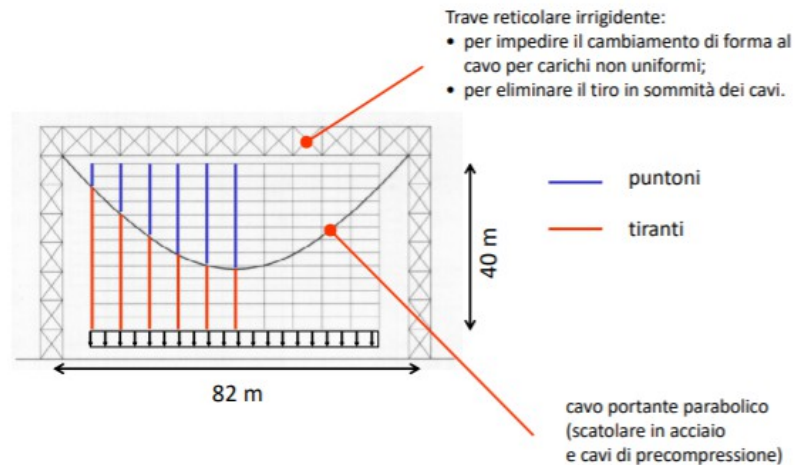
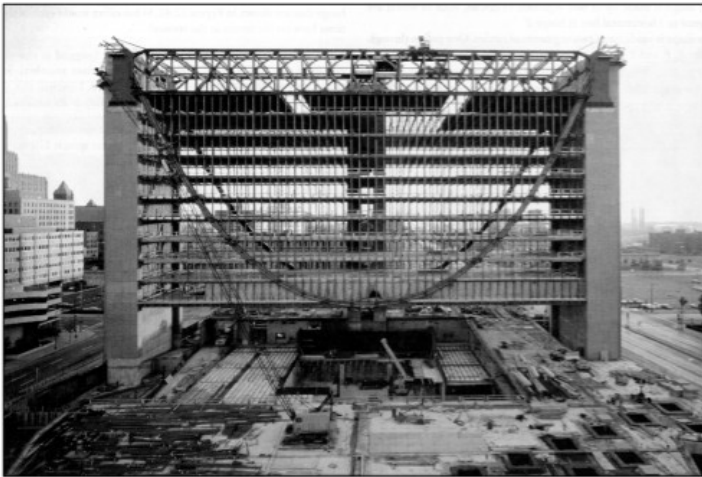
Trave di cavi o trave Jawerth

- Sistema aperto → vantaggi: tutti elementi tesi
svantaggi: scolo delle acque

Ultimo esempio di strutture sospese - un edificio per uffici

Federal Reserve Bank - Minneapolis

Gennaro Birlerts and Associates - Skilling, Helle, Christiansen, Robertsons, 1990



In facciata **struttura parabolica**

Necessita di realizzare struttura sospesa per edificio residenziale (**edificio ponte**: deve superare luci importanti) insiste sopra un passante ferroviario, prima c'era una ferrovia in trincea.

Si decide di realizzare un grande orizzontamento/solettone che ricostituisce il terreno artificiale.

Il treno passa in galleria artificiale.

Non si possono fondare elementi verticali sul solettone, l'edificio conosce solo come elementi verticali le due pareti di testata, strutture di bordo.

Una sola campata

È possibile che la fune parabolica esprima una componente orizzontale che l'antenna possa riportare a terra?

Elemento superiore reticolare compresso autoelimina i due tiri, compensa il tiro in testa e sgrava le antenne dalla componente flettente indotta dalla componente orizzontale del tiro.

Stabilizzato per rigidità dall'elemento reticolare (come nel caso del ponte di San Francisco, con impalcato però inferiore). Fune collegata alla trave grazie ad elementi verticali e pilastri compressi orizzontali.

LE STRUTTURE AD ARCO

Analogia fune ed arco in termini architettonici e storici

Termini architettonici: confronto *Federal Reserve Bank - Minneapolis*

Fune principale parabolica e pendini: rosso

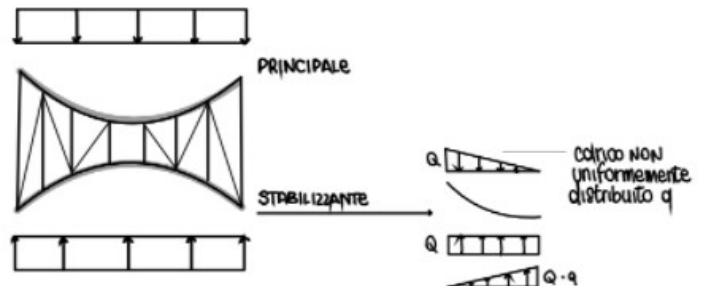
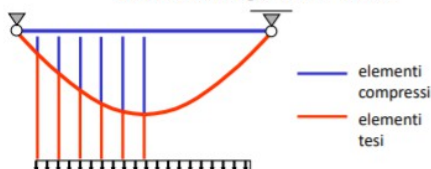
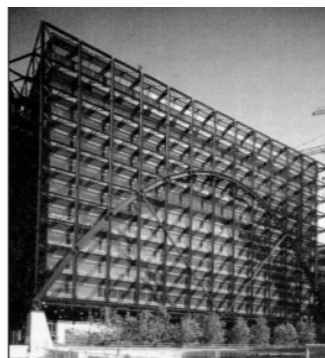
Elementi compressi pilastri che sovrastano la fune medesima: blu

Broadgate Office Building - Londra

Skidmore, Owings, Merrill - 1990



Broadgate Office Building - Londra
Skidmore, Owings, Merrill - 1990



Prospetto principale elemento strutturale macroscopico che attraversa struttura di piano corrente che possiamo immaginare essere un **arco a spinta eliminata** (in corrispondenza dell'imposta riconosciamo **elemento strutturale più ingombrante** che fungerà da **catena** ed **elementi verticali in facciata** che saranno **pilastrini** per porzioni di orizzontamento che sovrastano l'arco perché trasmettono carico applicato sui solai all'arco, e viceversa le porzioni degli elementi strutturali che sottostanno all'arco e connettono porzione inferiore li possiamo intendere come **pendini**).

Se volessimo trovare una schematizzazione sintetica dell'analogia con l'edificio di Minneapolis ci convinceremmo dell'analogia tra tipi strutturali: **a fronte di organismo complessivamente organizzato nella medesima maniera, quelli che sono elementi tesi, nell'arco sono elementi compressi.**

Elemento di differenza: due elementi diagonali simili a saette, che non hanno la stessa funzione della capriata (**pseudosaette**).

Un elemento soggetto a forza concentrata F diretta come l'asse dell'elemento strutturale e che induce compressione, a fronte di piccola variazione, perturbazione dell'equilibrio indotta dalla forza dF potrebbe indurre instabilità.

Deformata di instabilità: fenomeno che accade per tutti gli elementi compressi



Soggetto a carico uniformemente distribuito risulterà compresso

Soggetto a perturbazione dell'equilibrio, l'arco tenderà ad instabilizzarsi adottando una deformata di instabilità. (disegno) → **Pseudosaette evitano deformata**

Analogia tra la fune e l'arco esiste, ma la differenza trazione e compressione che costituisce l'organismo non implica solo il cambiamento di segno dello sforzo normale ma anche ... (11.05)

Cenni storici sullo studio del regime statico dell'arco

Escursus storico sull'anatomia tra fune ed arco, perché questa analogia è stata usata fin da subito dagli architetti ed ingegneri per provare a studiare quantitativamente il regime dell'arco.

James Stirling (1692-1779) matematico cacciato dall'università di Oxford, accolto a Venezia da mecenate.

Nel natale del 1717 regala al suo protettore un libricino scritto da lui "*Lineae termini ordini s Newtoniane*"

Usa definizione che Newton dà di forza per proporre al suo protettore un **gioco matematico**.

"Datas quocumque sphaeras aequales, in fornecem ita disponere ut gravitate sua se mutuo sustineat."

Prendete un numero di biglie n , provate a disporre queste biglie in maniera che esse trovino un equilibrio anche se sono organizzate senza colla e si toccano in punti di tangenza ridotti, trattandosi di sfere.

Il problema lo risolve graficamente facendo utilizzo della scomposizione della forza-peso di ogni biglia usando la regola del parallelogramma applicata ad ogni biglia.

Qualunque siano queste sferiche ancorché uguali in volume e massa, allora disponete perché sotto l'effetto della sola gravità rimangano una a sostenere l'altra.

Negli stessi anni all'università di Padova il professore di fisica dell'Università si chiama **Giovanni Poleni**.

Una trentina di anni dopo il libro di James, al professore viene affidata una consulenza tecnico-scientifica dal Papa, la **cupola di S. Pietro a Roma** denuncia un **quadro fessurativo all'intradosso**.

Viene chiamato in causa Poleni che formula relazione di calcolo.

Idea analogia tra fune ed arco

Disegna la sezione trasversale della cupola (uno degli archi meridiani che costituiscono la volta).

Il profilo più conveniente dal punto di vista statico da attribuire all'arco è quello per cui la sua linea baricentrica risulti funicolare dei carichi su di esso agenti.

Dell'arco considera tanti conci, per ogni concio valuta la massa, e quindi la forza-peso del concio.

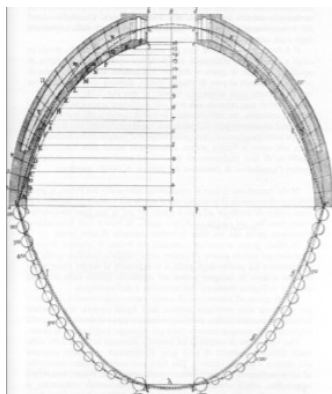
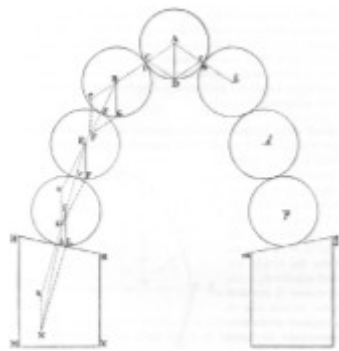
Si fa realizzare delle sferette in scala, che in proporzione rappresentino la massa di ogni concio dell'arco (Es. Sfera 3 massa che coincide con la medesima del concio C)

Le connette come collana di perle con un filo, ed essendo sviluppo curvilineo del filo pari alla lunghezza curvilinea dell'arco, sospende la collana in corrispondenza della prima ed ultima biglia.

Modello fisico immaginabile come **fune apesante** soggetta a tanti carichi concentrati, ogni uno corrispondente alla forza peso della biglia.

Questa fune naturalmente trova la sua configurazione geometrica per essere in equilibrio.

"...che dentro alla solidità della volta la nostra catenaria tutta intera sia situata"



Fa rilievo preciso della configurazione della fune e una volta che ha ridisegnato l'andamento della fune, ribalta il disegno rispetto al piano di sospensione.

Ottiene la linea (in tratteggio sottile)

Se nella fune quella linea era l'involuppo delle tangenti alla funicolare, quindi delle rette d'azione degli sforzi normali di trazione, nel momento in cui la ribalta per analogia e l'involuppo delle rette d'azione degli sforzi di compressione che due conci si scambiano sulla loro interfaccia.

Se queste rette d'azione delle forze che due conci si scambiano l'un l'altro, sta dentro letto di malta che separa due conci, quella forza di compressione può essere trasmessa da un concio all'altro, ed ecco che vuol dire che l'equilibrio è assicurato.

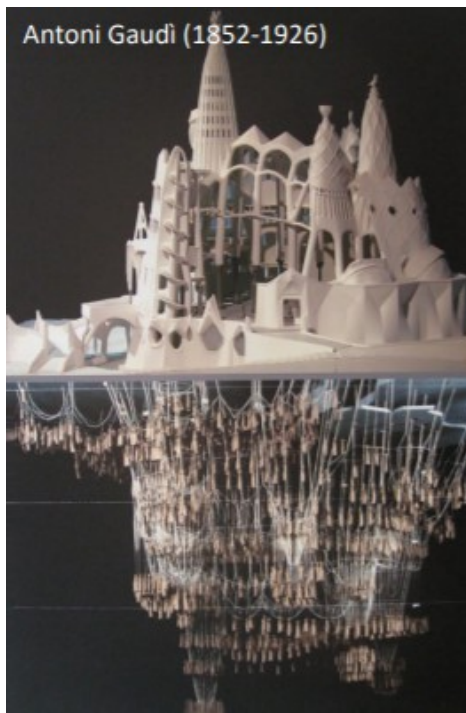
Se forza che i due conci si scambiano fosse al di fuori del manto, i conci non potrebbero scambiarsi la forza perché non ci sarebbe spazio e materiale per farlo.

Conclusione: perché la cupola sia in equilibrio è sufficiente che la **catenaria** (configurazione fune ribaltata) sia comunque all'interno della solidità della volta.

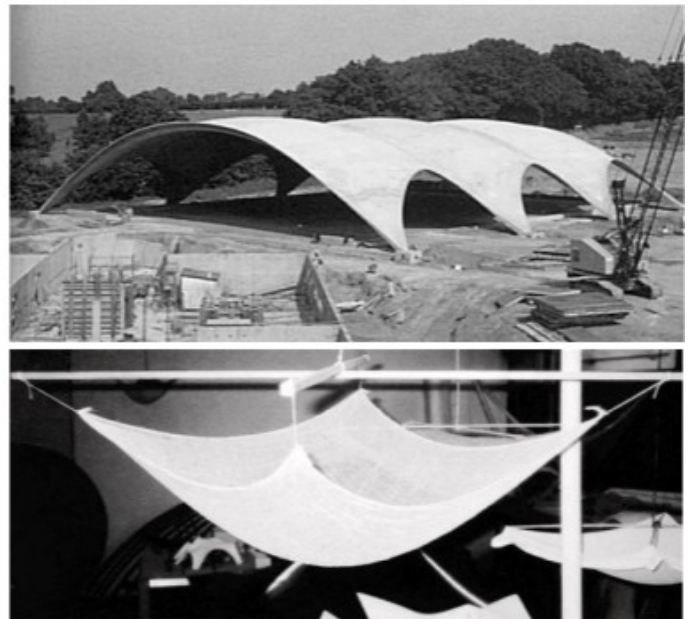
Questo metodo di lavoro è stato ancora perseguito anche in epoca moderna.

Casi di architetture progettate sulla scorta dell'analogia tra carichi fune e l'arco

Esempi di progettazione di volte tramite l'inversione di modello funicolare



Antoni Gaudí (1852-1926)



Heinz Isler
(1926-2009)

Sagrada familia, Antonio Gaudí

Tutti gli orizzontamenti della catenaria sono realizzati con delle volte.

Come ha fatto Gaudí ad immaginare le forme particolari di queste volte?

Nel modellino, tante funi che replicano lo sviluppo curvilineo di ogni arco, a cui sono appesi tanti corpicini (non sfere), lascia che le funi assumano la particolare configurazione geometrica che garantisce l'equilibrio per i carichi gravitazionali; dopodiché incolla le funi e dopo che si sono solidificate ribalta le funi e realizza il modello tridimensionale.

La forma delle volte fa sì che la linea d'asse di ogni singolo arco, coincida con la funicolare dei carichi della fune equivalente. Garantisce che l'arco sia soggetto puramente a compressione, tanto quanto la fune è soggetta a trazione.

Heinz Isler, ingegnere tedesco

Nel secondo dopoguerra in Germania realizza delle strutture a guscio in calcestruzzo armato, di cui ne sono rimaste poche, perché demolite.

Volte in calcestruzzo armato che coprono luci considerevoli dell'ordine dei 30-90 m e lo spessore di questi gusci dell'ordine di 5-6cm.

Come fa a definirne la forma? Di nuovo sperimentalmente:

con una garza riprende lo sviluppo complessivo della volta e viene caricato, inumidito, inamidato; Isler ribalta nuovamente il modellino.

L'analogia tra fune ed arco ha fatto la teoria dell'arco, da quando sono progettati con riguardo alle loro prestazioni meccaniche (archi post Newtoniani).

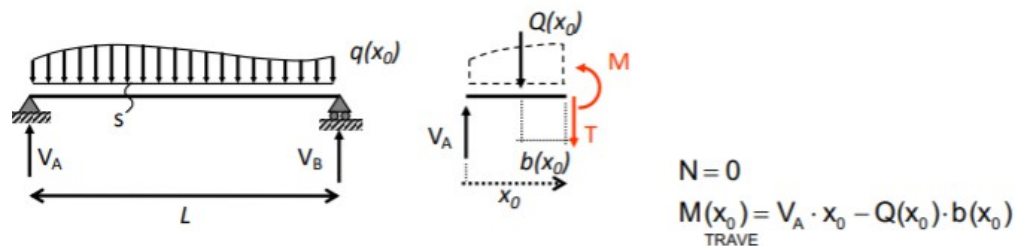
Esprimere in forma analitica una particolare configurazione di compressione, in tre prospettive diverse

- Dal punto di vista del progettista (forma ignota)
- Confrontandosi con un arco esistente di cui conosciamo già il comportamento meccanico e tracciare la curva che assicura la pura compressione; vedere quanto la geometria reale dell'arco costruito, si discosti dalla geometria reale.
- Progettare la distribuzione di un carico che agisce sull'arco in modo da ottenere arco puramente compresso

Valutare la possibilità di esprimere analiticamente la forma dell'arco che assicuri pura compressione

La trave **inflessa** conosce i suoi limiti in quanto inflessa (soggetta a momento flettente) e tutti i tipi strutturali dedicati a grandi luci hanno come l'obiettivo **ridurre il momento flettente della trave**.

Valutare il **momento flettente** che agisce in una trave e in un arco per cercare di **valutarne l'entità della riduzione del momento flettente**.



Consideriamo una trave con luce L a piacere, in semplice appoggio caricata da carico q distribuito secondo legge complicata a piacere (X_0)

Individuo sezione generica S compresa tra sezioni singolari A e B

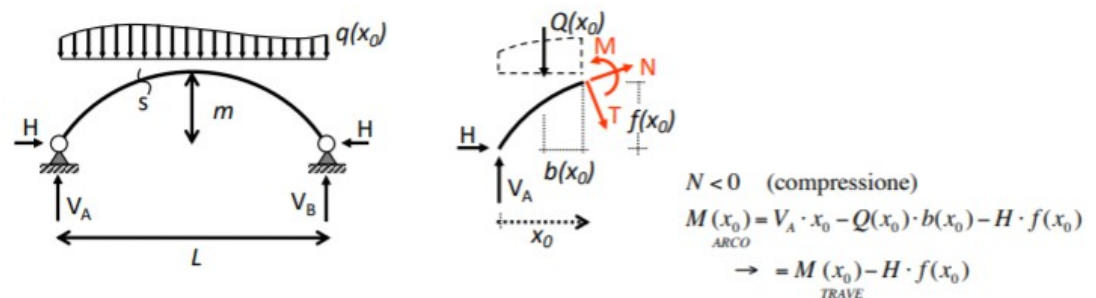
Ridisegno la parte di struttura compresa nella linea di distacco

Del carico q ne valutiamo la risultante della porzione considerata $Q(X_0)$

Sforzo normale e momento flettente nella sezione generica S

$N = 0$

$M(X_0)(\text{trave}) = V_A \cdot X_0 - Q(X_0) \cdot b(X_0)$



Trave con medesima luce L e carico non uniformemente distribuito $q(X_0)$. Ho una monta m

Condizione di vincolo diversa: **doppiamente incernierato**

Medesima sezione S. Ridisegno la porzione di struttura compresa nella sezione.

Sforzo normale e momento flettente nella sezione generica S

Sforzo normale (N) < 0 (compressione)

M componente dovuta a reazioni vincolari $\rightarrow M(X_0)(\text{trave}) = V_A \cdot X_0 - Q(X_0) \cdot b(X_0) - H \cdot f(X_0)$

Forza reagente H che ha braccio rispetto ad S, $f(X_0) \rightarrow$ distanza tra l'ordinata della sezione e il piano di imposta. (esprime la forma dell'arco)

$f(x_0)$ può assumere diversi valori al variare della variabile X_0

Al variare della posizione generica variare il valore di quella distanza dall'imposta

N.B. 1 Si può ottenere $M_{\text{ARCO}} = 0$ in ogni sezione se la forma dell'arco $f(X_0)$ è scelta in modo che:

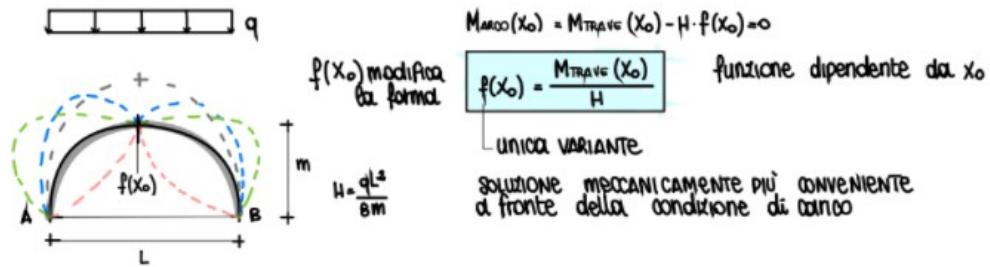
$$f(x_0) = \frac{M(x_0)_{\text{TRAVE}}}{H}$$

N.B. 2 Se cambia il carico $q(X_0)$ cambia $M_{\text{TRAVE}}(X_0)$ e, di conseguenza, poiché non può cambiare dell'arco $f(X_0)$, nell'arco nascono dei momenti flettenti.

E' necessario scegliere $f(X_0)$ facendo riferimento alla condizione di carico più significativa.

N.B. 3 Fatta salva la analogia tra fune ed arco, esiste una differenza sostanziale:

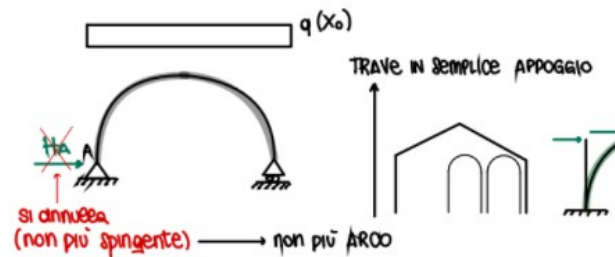
- la fune, non dotata di forma propria, assume la forma $f(X_0)$ che garantisce sollecitazioni di sola trazione al variare dei carichi $q(X_0)$;
- l'arco, poiché non può cambiare la sua forma $f(X_0)$, non assicura sollecitazioni di sola compressione al variare dei carichi $q(X_0)$.



Confronto momento flettente nella sezione della trave e dell'arco

I primi due termini sono identici

(il momento flettente nell'arco è il momento flettente agente nella trave) $\rightarrow \mathbf{Hxf(Xo)}$



4 insegnamenti

Questo risultato dimostra che l'arco è una soluzione strutturale migliore della trave al crescere della luce?

Se l'arco aiuta a risolvere i problemi della trave, vuol dire che deve avere un momento flettente minore della trave, e l'espressione ce lo conferma.

Non è possibile che nè H nè $f(X_0)$ siano positivi, altrimenti l'arco non sarebbe spingente, o non sarebbe proprio un arco.

Hxf(Xo) nullo quando

$F(X_0)$ nullo quando è piatto

H nullo, arco non più spingente, si perdono potenzialità dell'arco

Con la geometria curva e la condizione di vincolo adeguata, l'arco riduce il momento flettente in ogni sua sezione. Lo riduce di quanto?

Abbiamo la possibilità di ridurre di molto il momento flettente della trave? E in che maniera?

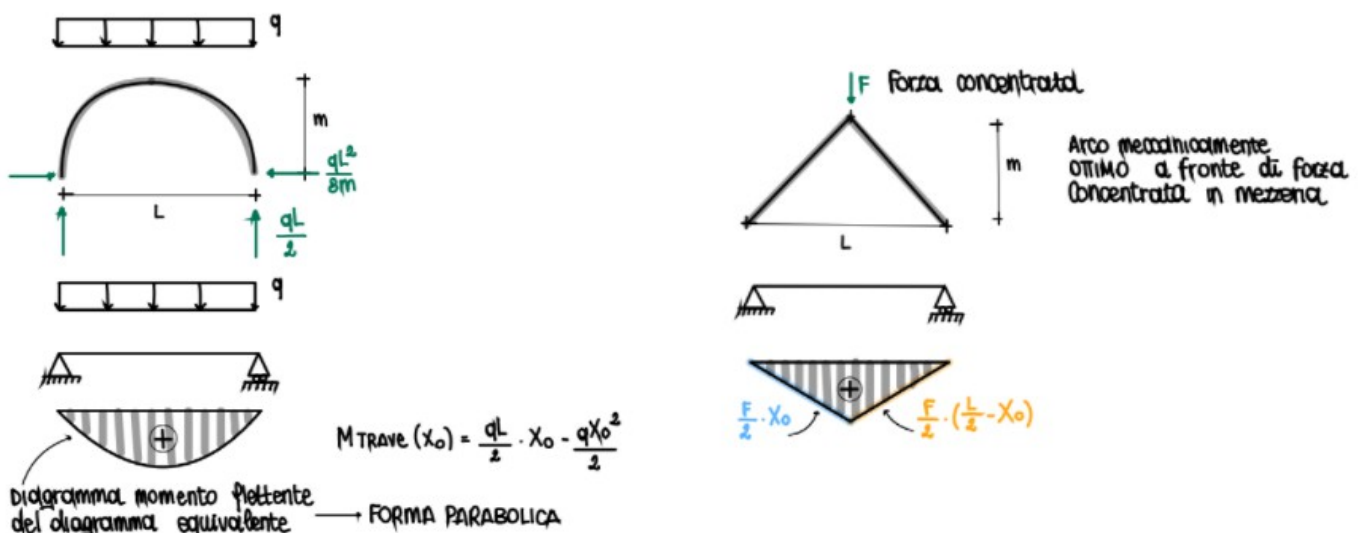
Per **minimizzare/annullare il momento flettente** nell'arco, lo pongo = 0

Unica forma dell'arco che assicura che tutte le sezioni dell'arco siano impegnate da momento flettente nullo.
Di conseguenza taglio nullo \rightarrow solo sforzo normale

$F(x_0)$ non è caratteristica intrinseca dell'arco ma è dipendente dalla condizione di carico

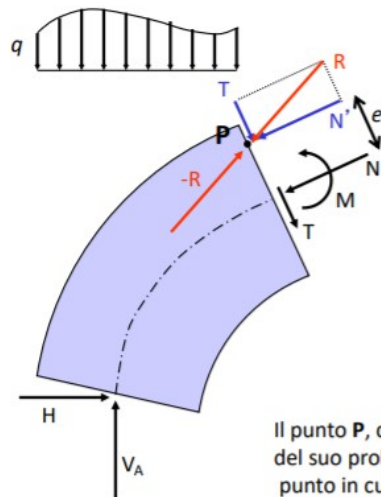
L'architetto potrà progettare la forma dell'arco affinché per una data condizione dell'arco, quella forma assicura solo sforzo normale nell'arco.

Scelta condizione di carico, la più permanente durante vita utile dell'arco



Valutare comportamento meccanico di un arco esistente attraverso confronto tra attuale geometria dell'arco e geometria ideale dell'arco che dovrebbe avere per aver momento flettente nullo

Si consideri il caso generale di un arco con $N < 0$, $M \neq 0$, $T \neq 0$.



1) N' : risultante di N e M

$N' = N$, ma trasportata rispetto a N di $e = M/N$

2) Risultante di N' e T

$$N' + T = R$$

dove R (risultante di N , M , T) è la risultante di tutte le forze trasmesse dalla parte di arco a destra della sezione.

R fa equilibrio a $(-R)$, risultante di tutte le forze a sinistra della sezione.

$$e = \frac{M}{N}$$

Il punto P , detto "CENTRO DI PRESSIONE", è il punto della sezione (o del suo prolungamento) per cui passa R : punto in cui agisce la risultante (pressione) delle forze trasmesse dalla parte di arco a destra della sezione in esame.

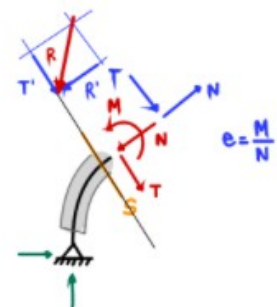
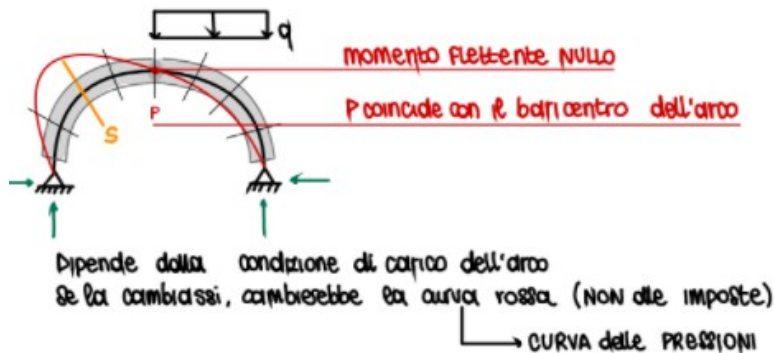
Posso costruire $f(X_0)$ note le caratteristiche di sollecitazione di un arco esistente

Ricomporre la risultante delle tre caratteristiche di sollecitazione, determinando P , punto di applicazione della forza risultante.

P , è uno dei punti della linea che sarebbe la forma dell'arco ideale che annullerebbe momento flettente ($F(X_0)$) in una prospettiva di analisi di un arco con forma data

Punto P , il concio

Forza differente retta d'azione traslata di una quantità E pari ad M/N

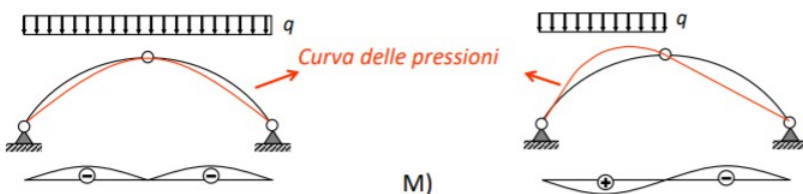


Ripetendo la costruzione per tutte le sezioni dell'arco si ottiene la

CURVA DELLE PRESSIONI

ovvero la curva formata dall'unione di tutti i centri di pressione.

ESEMPI



$$\text{Curva delle pressioni} = M_{\text{TRAVE}}/H$$

N.B. Se la linea dei baricentri delle sezioni dell'arco coincide con la curva delle pressioni, si ha ovunque $M = 0$.

Curva delle pressioni (dal punto di vista analitico)

Luogo geometrico dei centri di pressione, essendo ogni centro di pressione il punto P e della risultante delle caratteristiche di sollecitazione

Curva delle pressioni: $f(X_0)$

Forma che l'arco dovrebbe avere per garantire pura compressione.

Strumenti potente di analisi, tra linea d'asse sistema e la curva delle pressioni ottenuta graficamente perché invece di dover controllare geometria dell'arco e il diagramma statico, mi basta avere la geometria dell'arco e la geometria delle pressioni.

Curva delle pressioni (tratteggio corto e spesso, arco cupola San Pietro)

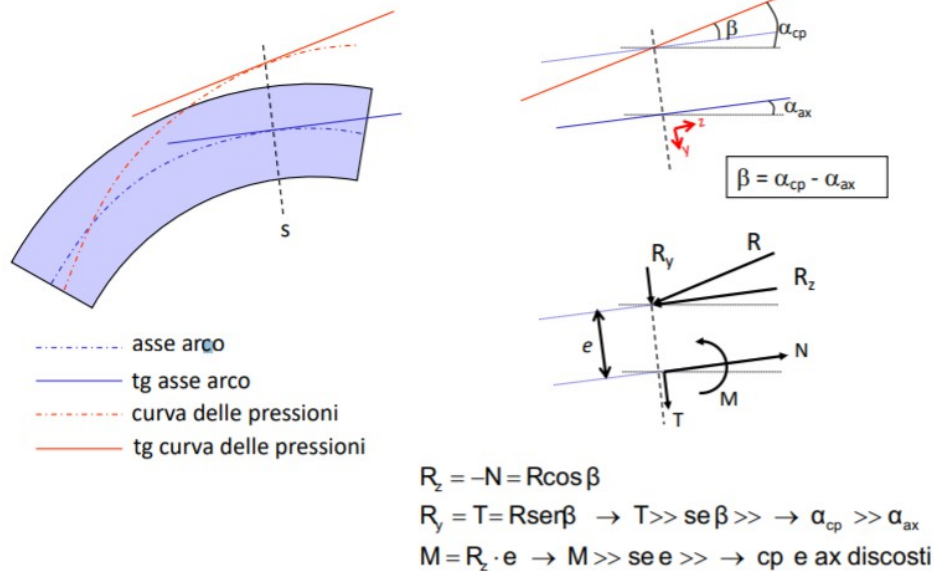
Se il centro di pressione è al centro dell'ingombro strutturale dell'arco (e minore di $h/2$) vuol dire che il

momento è relativamente piccolo rispetto allo sforzo normale.

Esistono archi non in muratura soggetti a momento flettente/momento grande e quindi avere centro di pressione esterno. ...

Se p coincide con baricentro dell'arco, n non è stata traslata ad N_1 ed e è nullo.

Nel disegno, il momento flettente nullo

Rapporto asse arco/curva delle pressioni

Tangenti alle curve, linee rosse e blu

Come ne definisco la tangenza? Definisco pendenza rispetto asse orizzontale

Pendenza relativa di una tangenza rispetto all'altra (β)

Inizialmente M T N, ottengo R che agisce nel centro di pressione.

Trasloco R e valuto componenti nel sistema di riferimento locale orientati come la faccia, definisco R_z , R_y .

R_y pari ad R per $\sin \beta$

Più l'angolo β è grande, più $\sin \beta$ è grande, più taglio della sezione avrà modulo grande

Se l'angolo β è positivo, il taglio è positivo e viceversa.

(Indicazione circa modulo del taglio e segno)

M tanto più le due curve sono discoste, tanto più il modulo del momento è grande.

Se la curva delle pressioni sta al di sopra della linea d'asse, **e** è **positivo**

Se sta al di sotto, **e** è negativo e momento flettente **negativo**

Esempio

Linea d'asse blu; Curva delle pressioni rossa

Definisco sezioni casuali

Obiettivo: intuire le caratteristiche sollecitazione guardando il disegno

Analizzo S1

Curva rossa e blu lontane, distanza eL positiva, perché la curva rossa supera l'asse baricentrico

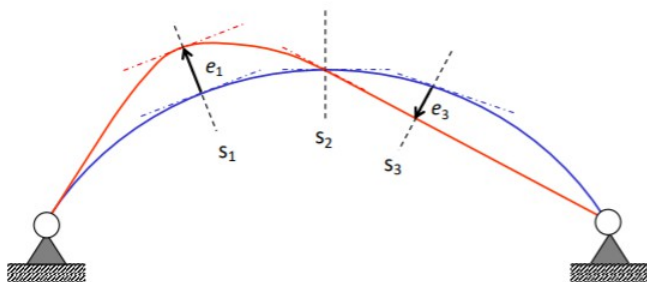
Momento flettente nella sezione S1 è diverso da 0 e positivo. $\rightarrow e$ positivo

Conduco le tangenti alle curve. Le due rette tangenti hanno pendenza relativa l'una rispetto all'altra?

$\sin \beta$ nullo, taglio nullo

Alle imposte si annulla il momento (cerniere)

Confronto sezioni S2 ed S3



Il modulo del taglio S2 è maggiore/minore/uguale modulo del taglio in S3?

Tracciamo tangenti e valutiamo ampiezza angolo β compreso tra le due tangenti. Qual è l'angolo maggiore? B2 ...

S1

$e_1 > 0$ (sopra l'asse baricentrico) $\rightarrow M(s_1) > 0$

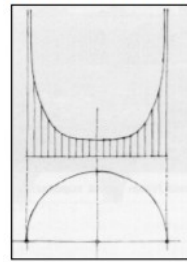
$\beta_1 = 0$ ($\alpha_{cp} = \alpha_{ax}$) $\rightarrow T(s_1) = 0$

- $M(s_2) = ?$
- $|T(s_2)| \gg < |T(s_3)|$?
- $|M(s_1)| \gg < |M(s_3)|$?
- $M(s_3) \gg < 0$?

Terzo approccio

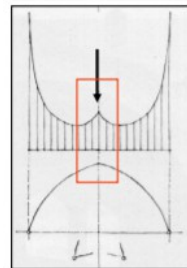
La distribuzione del carico agente su un arco di forma data che assicura che il momento flette sia nullo prende nome di **linea di carico**, ovvero che la curva delle pressioni coincida con la linea d'asse. Scelgo il carico affinché la curva delle pressioni coincida con linea d'asse dell'arco.

Linea di carico: diagramma di carico che assicura la coincidenza tra linea delle pressioni e la direttrice dell'arco (compressione uniforme in tutte le sezioni dell'arco).



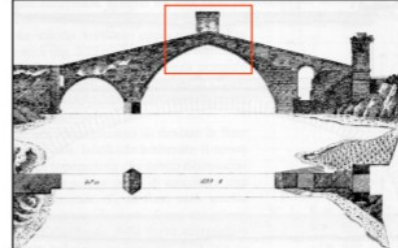
direttrice a tutto sesto

ponte sul Gard
Nimes (Francia)
epoca augustea



direttrice ad ogiva

ponte sul Llobregat
Martorell (Spagna)
romano - medioevale

Es. Arco romano a pieno centro/ a tutto sesto

I romani scelgono l'arco a pieno sesto perchè la semicirconferenza è luogo dei punti equidistanti dal centro, **equilibrio compositivo e geometrico**.

Linea di carico richiesta affinché linea di carico sia uguale alla circonferenza.

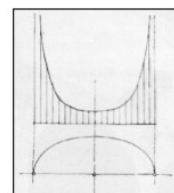
È un carico uniformemente distribuito? No, ci assomiglia per concio centrale dell'arco, ma dai reni in giù dobbiamo aumentare il carico, e alle imposte il carico dovrebbe andare ad infinito.

Nella zona compresa tra un arco e l'altro, introducono muratura pesante a maggiore il carico dalle reni in giù. ...

Rinfianco serve ad alzare curva delle pressioni per avvicinarsi più possibile all'arco scelto.

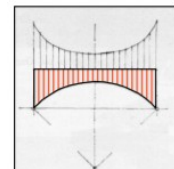
Corrispondenza cuspidi edicole votive/piloni

...



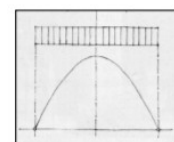
direttrice ellittica

Ponte Louis Philippe Parigi
(Francia) (1860-62)



direttrice ad arco di cerchio ribassato

- geometria razionale nel caso di carichi preponderanti dovuti al riempimento;
- geometria caratteristica di ponte ad arco in ambito urbano.



direttrice parabolica

- carichi uniformi lungo l'orizzontale;
- perfetta analogia con la fune;
- distribuzione di carico ricorrente in molti casi costruttivi;
- largamente utilizzata in epoca contemporanea.

Arco di cerchio ribassato


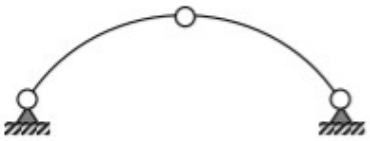
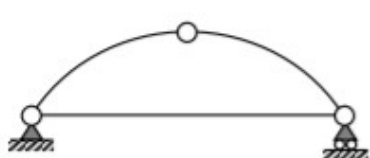

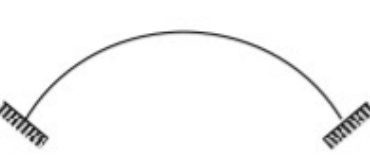
Primo grande progresso: la linea di carico coincide con l'area compresa tra l'estradosso dell'arco e l'estradosso della strada.

La linea di carico che corrisponde alle distribuzioni di carico uniformi è quella che corrisponde ad arco con direttrice parabolica.

Un arco vincolato da cerniera e carrello non è un arco ma trave curva inflessa

Possibili condizioni di vincolo e schemi statici struttura ad arco: ventaglio di soluzioni da poter applicare durante il progetto

Alcuni possibili schemi statici per l'arco

a)		Arco in semplice appoggio ➡	<ul style="list-style-type: none"> +isostatico; -spinta orizzontale nulla; -regime statico analogo alla trave rettilinea.
b)		Arco a 3 cerniere ➡	<ul style="list-style-type: none"> +isostatico; +stato di sollecitazione indipendente dalle azioni indirette; +agevole posa in opera. -spinta orizzontale sui vincoli esterni;
c)		Arco a spinta eliminata ➡	<ul style="list-style-type: none"> +isostatico; +spinta assorbita dalla catena tesa; +vincoli esterni meno impegnati.
d)		Arco a 2 cerniere ➡	<ul style="list-style-type: none"> •1 volta iperstatico; +maggior rigidezza di b); -stato di sollecitazione indipendente dai soli cedimenti vincolari verticali.
e)		Arco con estremità incastrate ➡	<ul style="list-style-type: none"> •3 volte iperstatico; +massima rigidezza; -sollecitazioni indotte da cedimenti vincolari e variazioni di temperatura.

Soluzione alternativa più classica:

Arco a tre cerniere (2 esterne e 1 interna) : isostatica

Stato di sollecitazione non dipende da azioni indirette (**cedimenti vincolari anelastici**)

Unico aspetto negativo e anche positivo è che spinge (qualificante dell'arco)

Maniera per eliminare la spinta ma lasciare che l'arco sia tale è la soluzione dell'**arco a spinta eliminata con catena**. Spinta non trasmessa ai vincoli esterni.

Soluzione molto utile laddove non abbiamo possibilità o volontà di realizzare cerniera esterna.

Altre due soluzioni di iperstaticità:

Arco a due cerniere

Una volta iperstatico (più rigido, a parità di condizioni di carico gli spostamenti sono minori)

Svantaggi: posa in opera, se è prefabbricato bisogna spostarlo tutto intero

Arco soggetto ad azioni indirette risultano essere soggetti da sollecitazioni indotte importanti.

Se il cedimento vincolare anelastico è orizzontale, per via del grado di iperstaticità ci saranno sollecitazioni interne importanti.

Cedimento orizzontale non implausibile.

Arco doppiamente incastrato, 3 volte iperstatico

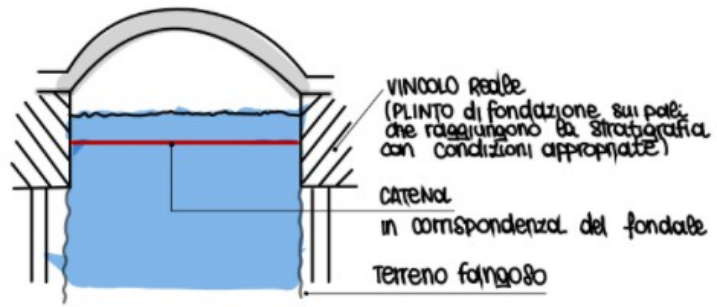
Cresce la rigidezza ma la struttura diventa sempre più sensibile alle azioni indirette, indurrà caratteristiche di sollecitazione all'interno dell'arco.

Domande:

Se ho progettato la forma dell'arco in maniera che la direttrice coincida con la curva delle pressioni per una determinata condizione di carico, ha senso applicare vincoli di incastro alle imposte?

So già che per quella condizione di carico il momento flettente sarà nullo, anche alle imposte, quindi non reagisce come una cerniera.

Ponte della Costituzione – Venezia
Calatrava, 2002-2008



Andamento parabolico

Proposta: arco a spinta eliminata, con cerniera in corrispondenza del fondale

Risulta necessario **plinto di fondazioni su pali** che raggiungono stratigrafia con condizioni adeguate che lo permettano.

Molto sollecitata a momento flettente

Se tutto il ponte trasla relativamente rispetto all'altra, il ponte riduce ulteriormente la sua monta e la sua spinta aumenta e il vincolo a cedere, più la spinta aumenta, più compressione nell'arco aumenta

→ instabilità: il ponte crolla.

Soluzione Calatrava

Sono stati installati **martinetti controllati** per quando quando ha cedimenti

Causa tra Comune di Venezia e Calatrava, (perso da Calatrava)

Esempio

Copertura della Stazione Centrale, Milano

Alberto Fava - Fausto Masi 1929-30

Ferro omogeneo impiegato: 9200t

Apparecchi d'appoggio in acciaio fuso: 262t



Volume architettonico ottenuto per traslazione di archi a pieno sesto

Luce dell'arco principale di 72 m, a pieno centro. Altezza arco 36 metri.

Traslazione aiuta la resa architettonica della figura, caratterizzata da ritmo compositiva dato dall'alternanza di pieni in corrispondenza degli archi e vuoti in corrispondenza dei loro interassi, portata da ordine di travi secondarie.

Nel punto di massima monta dell'arco vi è una riduzione della sezione trasversale dell'arco ad indicare che il momento flettente è chiamato ad annullarsi per via della cerniera interna.

Arco a tre cerniere più facilmente costruibile.

Organizzazione costruzione (fasi di posa in opera)

I due semiarchi prefabbricati in stabilimento, trasportati con carri ferroviari

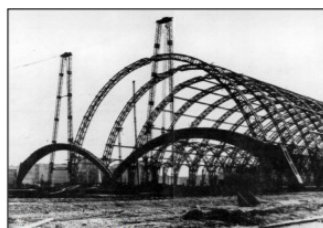
Ruotati nel piano orizzontale e ogni singolo semiarco viene eretto con una gru fino ad arrivare alla configurazione in cui viene bloccata (archi non possono traslare orizzontalmente e verticalmente) ma potranno ancora ruotare, trattandosi di cerniera interna.

Con la gru sollevano la cerniera e spingono con dei martinetti il piede temporaneamente vincolato con un carrello ferroviario che scorre su rotaie.

Si sfrutta il cinematisma dell'arco per il momento labile, in modo da elevare la cerniera fino all'allineamento con gli altri archi.



a) Erezione dei semi-archi



b) Blocco della cerniera interna

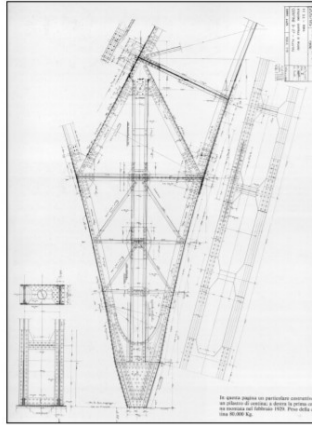


c) Spinta



d) Prova di carico

Peso dell' arco: 80 t

**Arco principale**

Problema tipico molti archi giustapposti

In corrispondenza del piede dovrebbe convergere il piede della campata centrale e laterale che però non ci stanno sulla banchina ferroviaria perchè precludono passaggio persone.

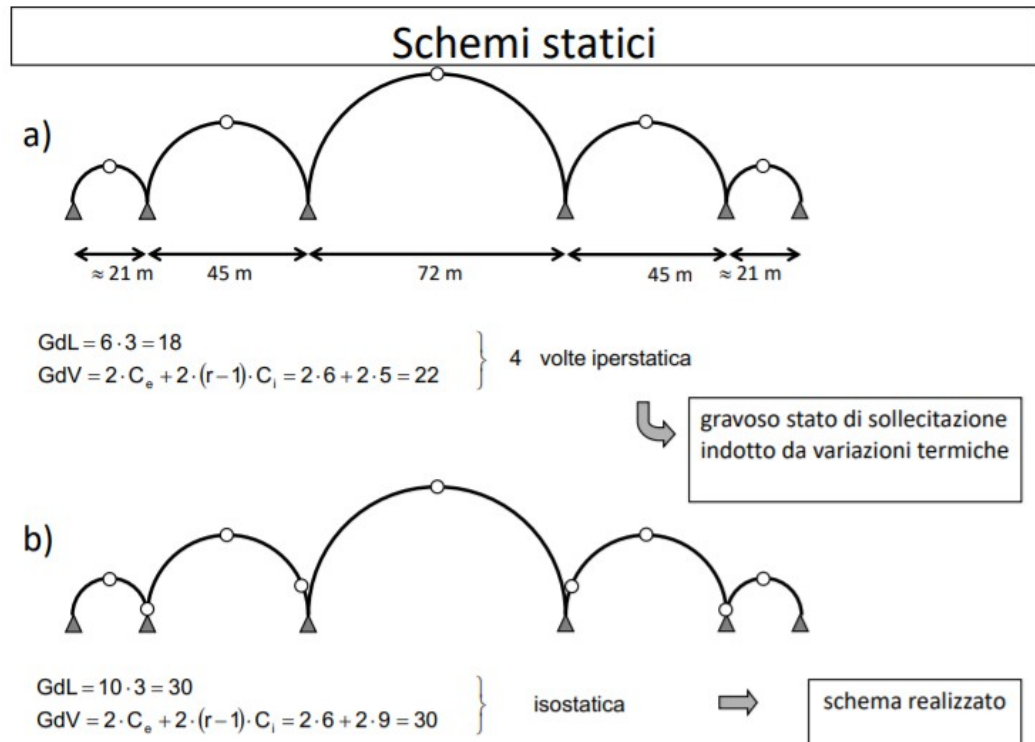
Necessita avere un unico piede (problema schemi statici).

Prima soluzione: cerniera interna in chiave di volta e unica cerniera esterna per archi adiacenti

Il semiarchi non hanno più la forma di un quarto di arco di circonferenza. Vengono a mancare cerniere interne in corrispondenza delle cerniere esterne (soluzione non scelta, particolarmente soggetta a stato da sollecitazione indotte da variazione termiche).

Per evitare lo **stato sollecitazione indotto dalle variazioni termiche** si preferisce lo schema dove le cerniere interne sono comunque collocate ma in corrispondenza dei **reni** per evitare l'ingombro. Mozziconi punti in cui verrà articolato arco adiacente.

Il progettista **ibrida due tipi strutturali** (arco inteso a superare grande luce e struttura reticolare che ha duplice obiettivo: alleggerire complessivamente l'arco e resistere efficacemente al momento flettente) Forma non ispirata alla curva delle pressioni.

**Arco a 3 cerniere anomalo**

Copertura della Stazione di Waterloo – Londra

Grimshaw & Partners, Hunt Associates - 1993

Copertura di una stazione, ancora a tre cerniere in struttura metallica

Ogni arco è semiarco realizzato con una struttura reticolare.

Elementi che hanno in comune la maggior parte delle coperture delle stazioni ferroviarie di tutta Europa, figlie della medesima epoca storica.

Grimshaw & partners decidono di riferirsi a tradizione architettonica: vuole adattare il progetto al caso specifico e fare variazione del tema, dramatizzando la simmetria dell'arco.

Due semiarchi non simmetrici **geometricamente**, molto diversi per curvatura

Anche il **trattamento architettonico** è diverso

Semiarco corto

Semiarco lungo conserva alternanza di trasparente-opaco

Semiarchi corti all'esterno dell'edificio (manto di copertura all'intradosso e struttura all'esterno)

Non segue curva delle pressioni

Soggetto a distribuzione di carico uniforme, ha curvatura debolissima

L'altro è molto curvato con concavità all'interno dell'edificio

Grimshaw consapevolmente progetta arco a tre cerniere che non lo è perchè è principalmente **inflesso**

L'inflessione caratterizza dualità degli archi.



